

7. Limitaciones fundamentales en control SISO

Parte 1

Panorama:

- Sensores
- Actuadores

Introducción

En capítulos anteriores presentamos las funciones de sensibilidad, que nos permiten analizar las relaciones entre las distintas señales en un lazo simple de control.

Luego presentamos un método sistemático para asignar los polos de lazo cerrado de estas funciones a partir del conocimiento de un modelo de la planta. Este método permite, *en principio*, asignar los polos a lazo cerrado en forma *arbitraria*.

Estas herramientas nos permiten **sintetizar** un controlador, una vez que se sabe dónde deben ir los polos a lazo cerrado. La cuestión central de **diseño** es **cómo elegir los polos a lazo cerrado**.

En este capítulo vamos a ver que, en general, los polos a lazo cerrado **no** pueden asignarse en forma arbitraria.

Veremos que cada configuración de polos deseados elegida siempre tendrá asociadas ventajas y desventajas. Así, frecuentemente estaremos forzados elegir una **solución de compromiso** en el diseño.

Las ventajas y desventajas de una determinada configuración de polos a lazo cerrado están asociadas a **limitaciones fundamentales de diseño** existentes para una planta dada en una dada configuración de control. Estas limitaciones fundamentales están asociadas a

- sensores
- actuadores
- errores de modelado
- características estructurales de la planta, como
 - polos a lazo abierto con parte real positiva
 - ceros a lazo abierto con parte real positiva

Al conocer las limitaciones de diseño, podremos elegir **deliberadamente** una solución de compromiso para la configuración de polos a lazo cerrado. Es decir, podremos elegir un diseño teniendo en cuenta todas las implicancias de tal elección.

Limitaciones debidas a sensores

Los sensores son una parte crucial de cualquier diseño en un sistema de control, dado que proveen la información necesaria a partir de la cual se genera la acción de control.

Recordemos que son los «ojos» del controlador, por lo que cualquier defecto significativo, o error en la medición tendrá un impacto significativo en el desempeño global del sistema.

Los principales dificultades asociadas a los sensores tienen origen en

- ruido, inherente a la medición, y
- restricciones en la dinámica del sensor en sí.

Ruido

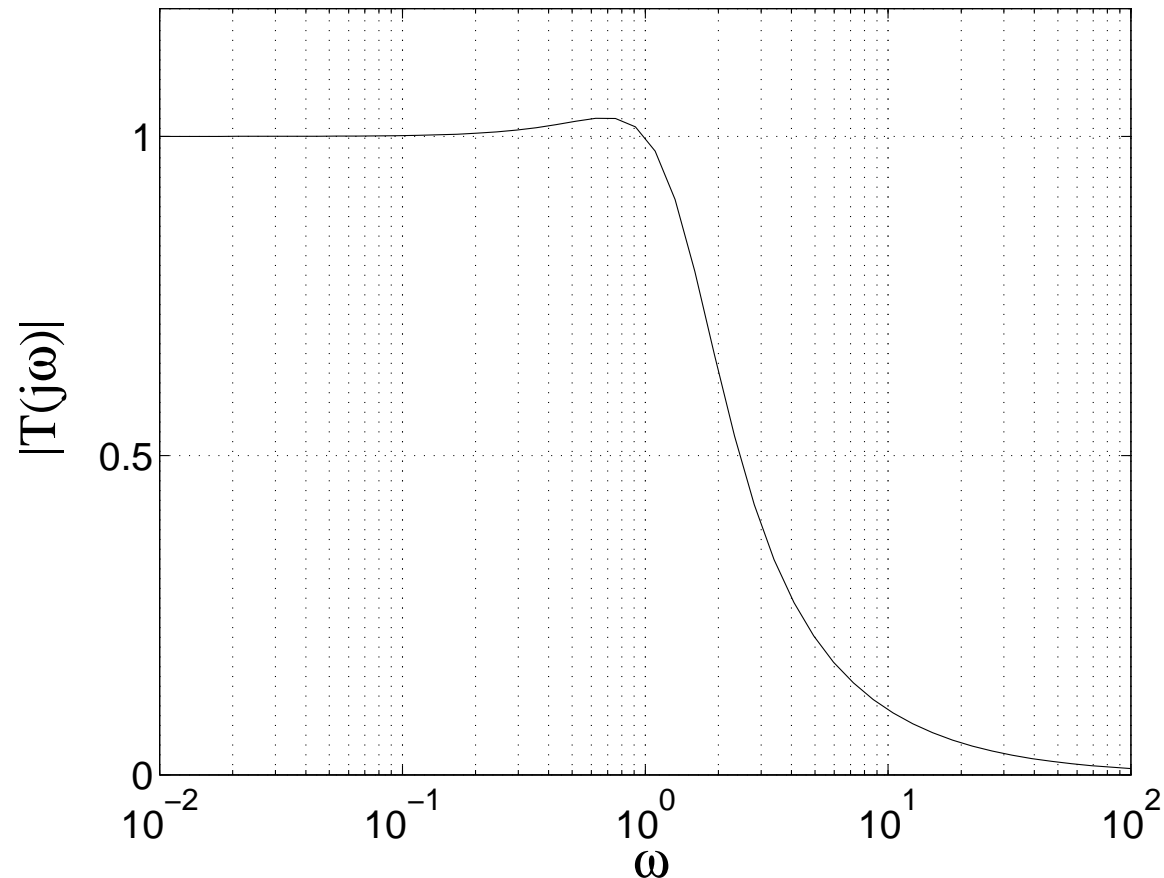
Como vimos en el Capítulo 5, el efecto del ruido de medición en la salida del sistema está cuantificado por las ecuaciones

$$(1) \quad Y(s) = -T_0(s)D_m(s)$$

$$(2) \quad U(s) = -S_{u0}(s)D_m(s)$$

Como generalmente se requiere que la salida y tenga buen seguimiento de referencias en un rango de bajas frecuencias — determinado por el **ancho de banda de lazo cerrado** — la función de sensibilidad complementaria T_0 es típicamente 1 a lo largo de este rango de frecuencias.

La existencia de ruido de medición, típicamente de alta frecuencia, impone un límite superior al máximo ancho de banda a lazo cerrado admisible.



Típica respuesta en frecuencia de T_0

Superando este límite, la salida podrá seguir referencias más rápidas, pero, por (1) y (2), a costa de mayor perturbación por ruido de medición, tanto en la salida como en el control.

Dinámica del sensor

Otra limitación común asociada a los sensores es la propia dinámica de los mismos. Por ejemplo, la mayoría de las termocuplas vienen recubiertas por una **vaina**.



Vaina de una termocupla

Esta vaina protege el sensor bimetálico, pero al mismo tiempo incorpora una dinámica adicional, ya que la vaina también debe calentarse y esto lleva un tiempo que puede ser significativo dependiendo del proceso.

Denotando como $Y_m(s)$ la salida (temperatura) *medida*, la dinámica de la vaina puede modelarse como

$$Y_m(s) = \frac{1}{\tau_1 s + 1} Y(s)$$

donde $Y(s)$ es la salida *real*. Este es un retardo *adicional* a la dinámica de la planta.

Podría pensarse que este retardo es evitable pasando $Y_m(s)$ por un filtro pasa-altos que «cancele» el polo de la dinámica de la vaina, por ejemplo

$$Y_{mf}(s) = \frac{\tau_1 s + 1}{\tau_2 s + 1} Y_m(s), \quad \text{donde } \tau_1 > \tau_2.$$

Sin embargo, esto llevaría entonces a que el problema sea el ruido medición, que sería ahora amplificado por el filtro pasa-altos incorporado.

Actuadores

Como dijéramos, así como los sensores son los *ojos* del controlador, los actuadores son su *músculo*.

Los actuadores son también origen de limitaciones de desempeño en control. En particular, consideraremos

- restricciones en actuación máxima, y
- restricciones en actuación mínima.

Estas restricciones pueden ser tanto en **amplitud**, como en **velocidad**.

Restricciones en actuación máxima

En la práctica, todos los actuadores tienen límites máximos de actuación, que pueden alcanzarse si la señal de control experimenta picos elevados, y así, el actuador **satura**.

Estos picos elevados en la actuación pueden producirse a causa de cambios rápidos y grandes en la señal de referencia $R(s)$, o en la perturbación de salida $D_o(s)$.

En el lazo de control de 1 grado de libertad visto,

$$(3) \quad U(s) = S_{u0}(s) (R(s) - D_o(s)), \quad \text{donde } S_{u0}(s) = \frac{T_0(s)}{G_0(s)}.$$

En particular, vemos en (3) que si el ancho de banda a lazo cerrado ($T_0(s)$) es mucho mayor que el ancho de banda a lazo abierto ($G_0(s)$), necesariamente $S_{u0}(s)$ amplificará significativamente componentes de alta frecuencia en $R(s)$ o $D_o(s)$.

Ejemplo. Consideremos la planta $G_0(s)$ y función de sensibilidad complementaria asociada $T_0(s)$

$$G_0(s) = \frac{10}{(s+10)(s+1)}, \quad y \quad T_0(s) = \frac{100}{s^2 + 12s + 100}.$$

El ancho de banda a lazo cerrado es aproximadamente 10 veces el de la planta, lo que implicará que la función de sensibilidad de control $S_{u0}(s)$ amplificará significativamente componentes de altas frecuencias en la referencia (presentes, por ejemplo, si hay cambios rápidos en $R(s)$).

Efectivamente, podemos ver en la Figura 1 (izquierda) un diagrama de Bode de magnitud de $S_{u0}(j\omega)$ para este sistema, que presenta alta ganancia para frecuencias $\omega > 7 \text{ rad/s}$.

La Figura 1 (derecha) muestra el control $u(t)$ generado por una variación escalón unitaria en la señal de referencia $r(t)$.

El pico inicial de $u(t)$ puede hacer saturar al actuador, que puede tener efectos severos en el desempeño del sistema.

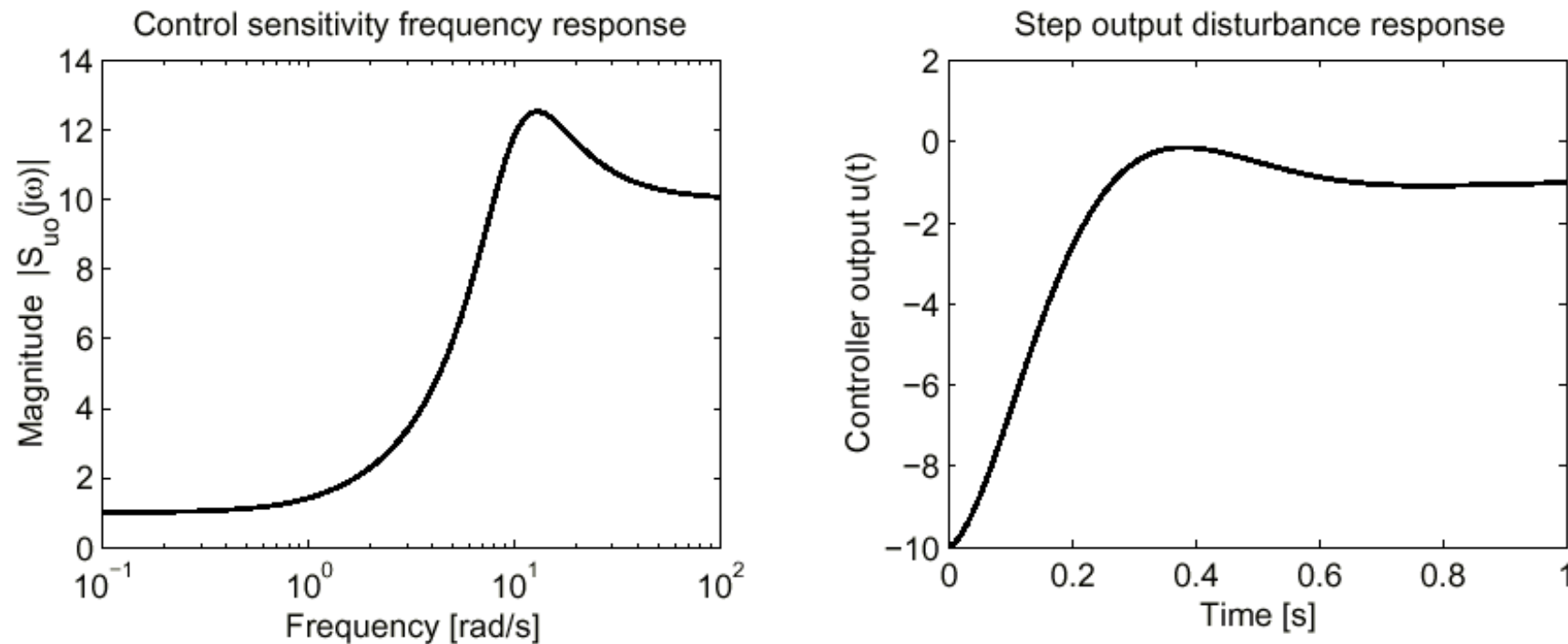


Figura 1: Efectos de una gran diferencia entre ancho de banda a lazo cerrado y a lazo abierto

Frecuentemente, los límites máximos en actuación no sólo existen en amplitud, sino también en **velocidad**, que suele referirse en inglés como *slew-rate*. El *slew-rate* es una limitación en el máximo valor de $\dot{u}(t)$, es decir, $sU(s)$. Por la misma expresión (3), vemos que

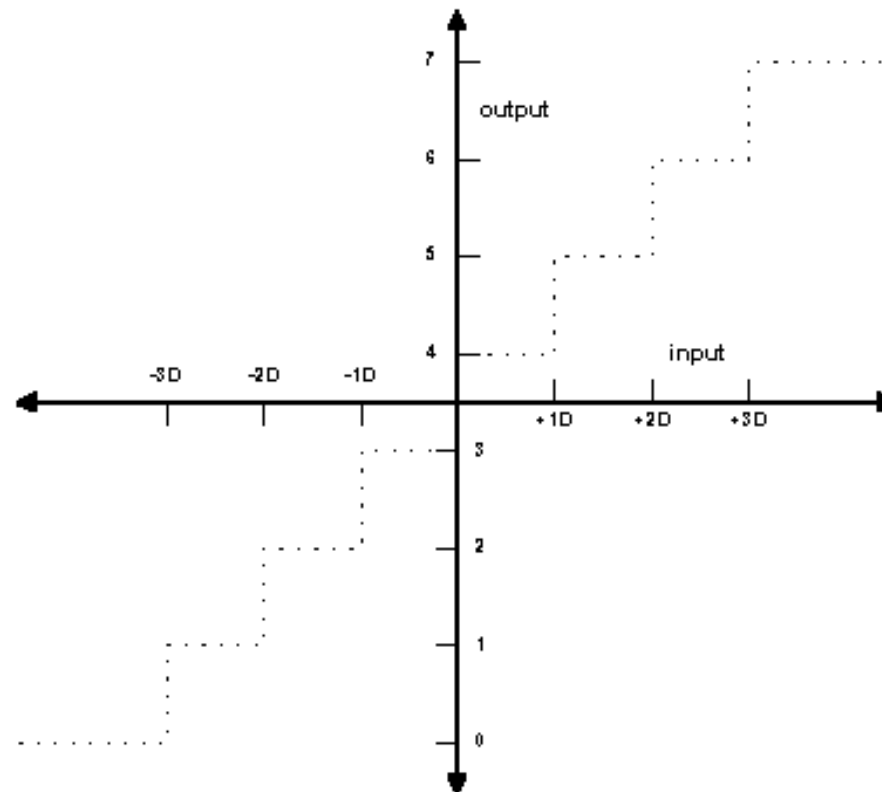
$$(4) \quad sU(s) = S_{u0}(s) (sR(s) - sD_0(s)) = \frac{T_0(s)}{G_0(s)} (sR(s) - sD_0(s)).$$

También vemos que grandes diferencias entre el ancho de banda a lazo cerrado y el de la planta producen gran sensibilidad a variaciones rápidas en $r(t)$ y $d_o(t)$.

La existencia de límites en la actuación máxima, tanto de amplitud como de velocidad, generalmente impone un límite superior al máximo ancho de banda a lazo cerrado admisible para evitar saturación en el actuador.

Restricciones en actuación mínima

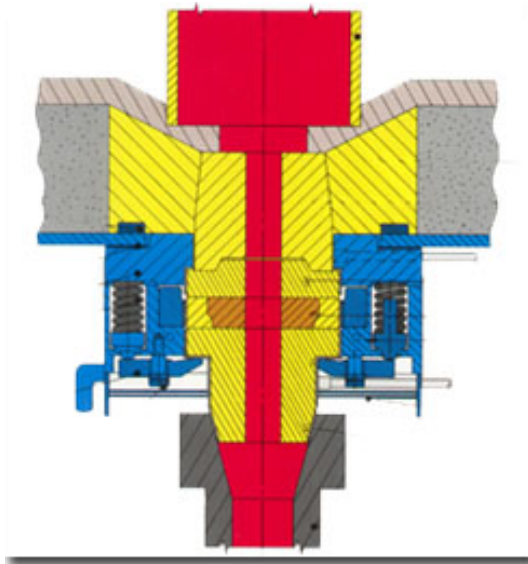
Otra limitación frecuente es la imposibilidad de efectuar actuaciones arbitrariamente pequeñas. Un caso típico es el de un controlador que actúa mediante un dispositivo **cuantizado**.



Característica entrada-salida de un cuantizador

Cuando la actuación está cuantizada, el mínimo error estático de seguimiento estará limitado por el umbral de cuantización del actuador — en general no podrá conseguirse error nulo en régimen permanente.

Otro caso en que existen limitaciones de actuación mínima se origina en la existencia de elementos mecánicos con **fricción estática** (el actuador «se pega»).



Válvula de corredera

Un ejemplo típico de este fenómeno se da en válvulas de corredera del *tundish* en el proceso de colada continua. La válvula no se mueve si no hay un mínimo de fuerza aplicada, y se genera una oscilación permanente en el nivel de acero en el molde.