

8. Consideraciones estructurales en control SISO

Parte 3

Panorama de la clase:

- **Control en cascada**
 - Introducción
 - Ilustración sobre un ejemplo industrial
 - Ejemplo de diseño en cascada
- **Resumen del Capítulo**

Control en cascada

El **control en cascada** es una estructura alternativa al control en avance para rechazar perturbaciones parcialmente medibles. La idea básica es **realimentar variables intermedias** entre el punto donde entra la perturbación y la salida.

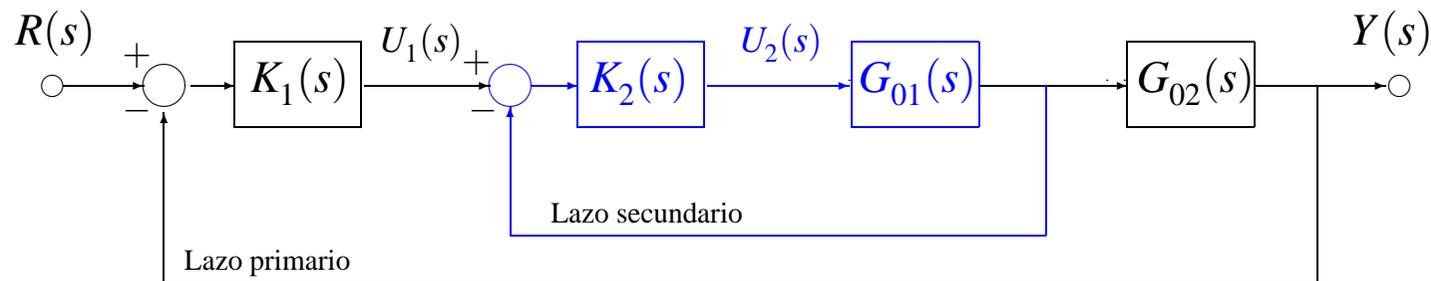


Figura 1: Estructura de control en cascada

Esta estructura tiene dos lazos:

- un **lazo primario** con un **controlador primario** $K_1(s)$, y
- un **lazo secundario** con un **controlador secundario** $K_2(s)$.

El control secundario se diseña para atenuar el efecto de la perturbación antes de que alcance a afectar significativamente la salida $y(t)$. Veamos un ejemplo para motivar la idea.

Ejemplo 1. [Control de temperatura de bobinado]

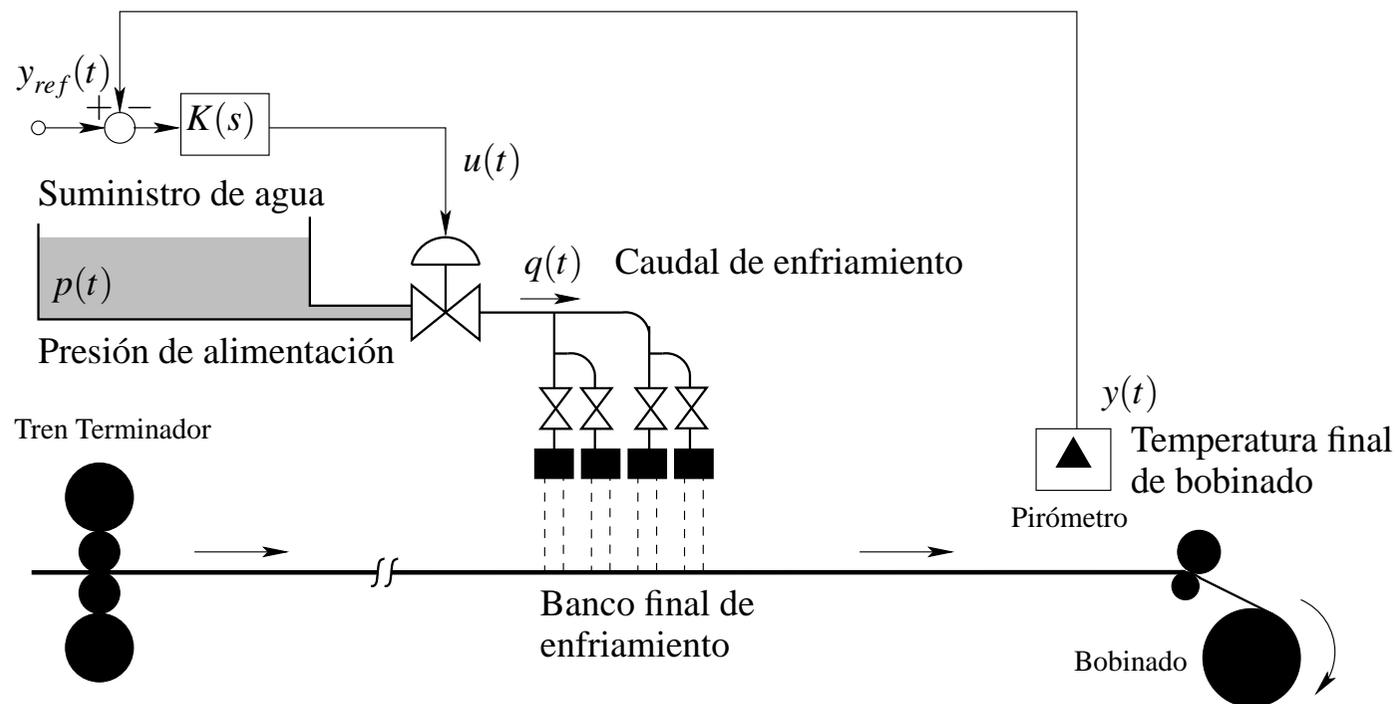


Figura 2: Control simple de temperatura de bobinado

La Figura 2 muestra un esquema de control de temperatura de bobinado en un tren de laminación de chapa en caliente. La regulación precisa de esta temperatura es uno de los factores claves que determinan la calidad de la chapa producida.

En el esquema simple de la Figura 2, la temperatura de bobinado $y(t)$ se controla mediante la regulación del caudal $q(t)$ de agua que alimenta el banco final de enfriamiento.

La regulación del caudal $q(t)$ se realiza mediante una válvula alimentada desde un tanque que suministra el agua de enfriamiento a todo el tren de laminación.

Una de las dificultades en este sistema de control es que la presión $p(t)$ de alimentación varía. Esta variación afecta el control de temperatura, ya que para una misma señal de control $u(t)$, el caudal de enfriamiento $q(t)$ varía si varía $p(t)$.

Si podemos medir el caudal $q(t)$, una solución para atenuar el efecto de las variaciones de $p(t)$ sobre $y(t)$ es agregar un lazo adicional para regular $q(t)$ al valor de referencia $q_{ref}(t)$, generado por el primer controlador $K_1(s)$.

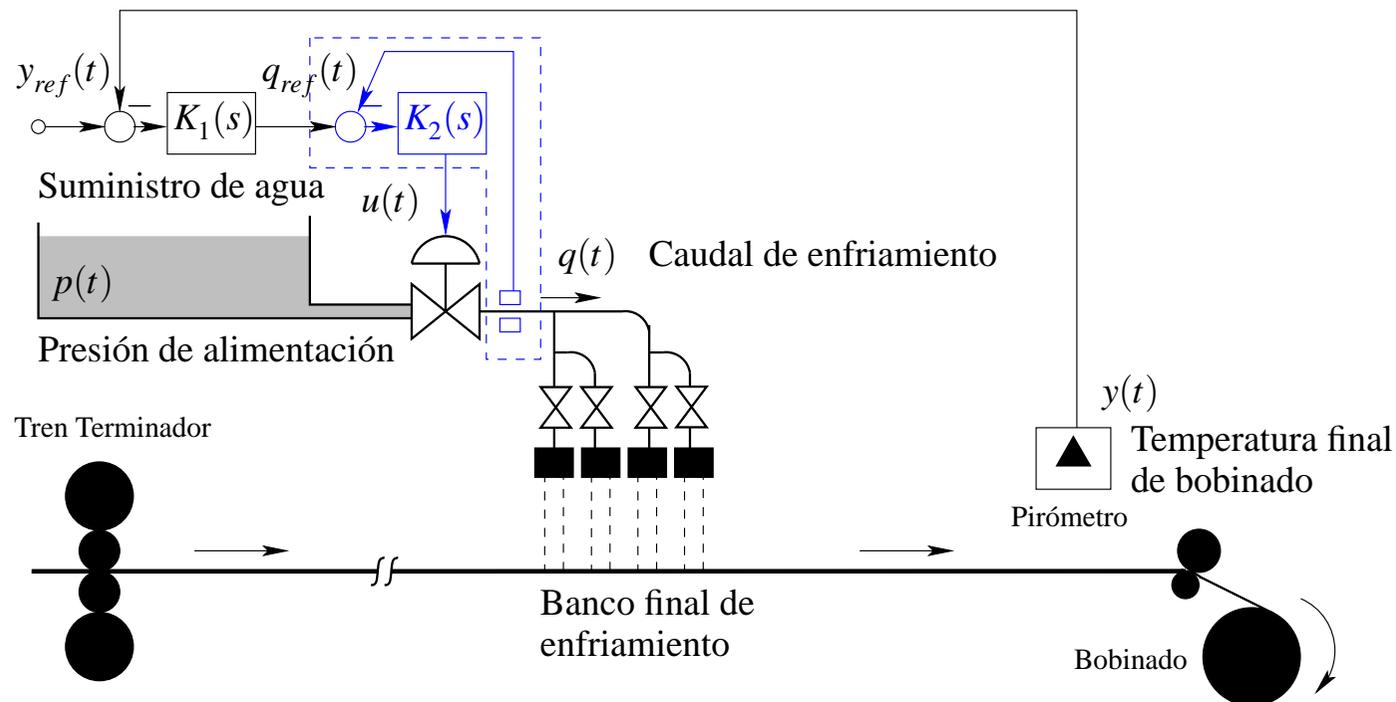


Figura 3: Control en cascada de temperatura de bobinado

Esta estructura de doble lazo se resume en la Figura 4

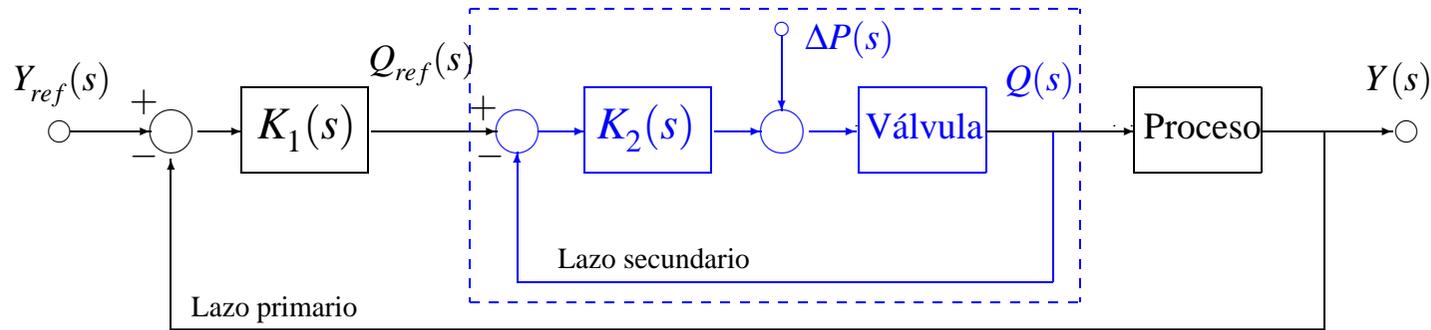


Figura 4: Estructura de doble lazo del control del Ejemplo 1

La generalización de la idea ilustrada por el diagrama de bloques de la Figura 4 nos lleva a la estructura de la Figura 5.

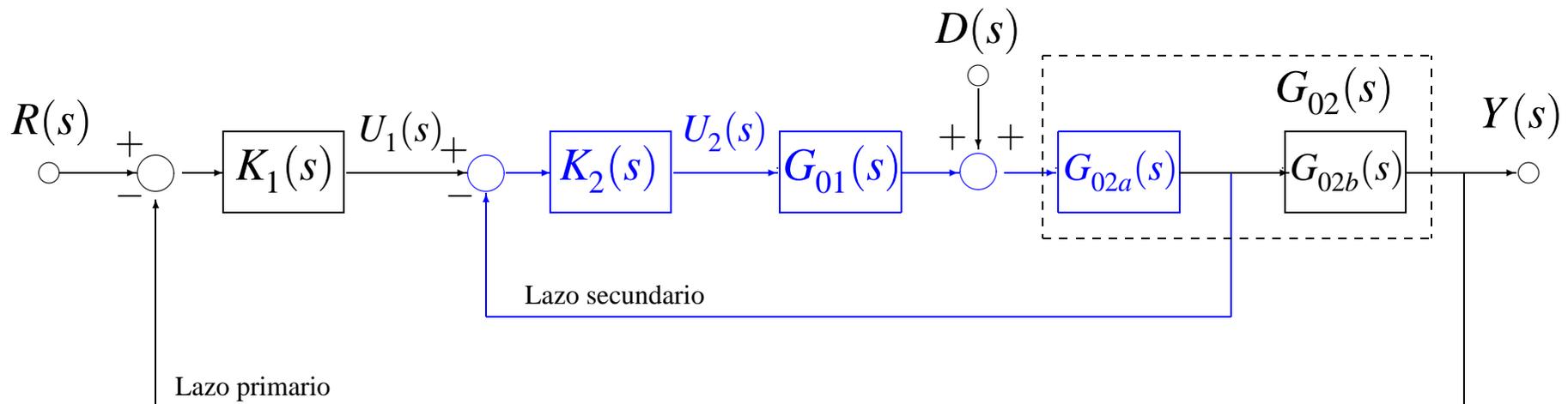


Figura 5: Estructura general del control en cascada

En la estructura de la Figura 5 la planta se presenta desglosada en dos partes, $G_{01}(s)$ y $G_{02}(s)$, según donde afecte la perturbación. A su vez, $G_{02}(s)$ puede desglosarse en $G_{02a}(s)$ y $G_{02b}(s)$, dependiendo de cual sea la señal que puede medirse para construir el lazo secundario.

Los principales beneficios del control en cascada se obtienen

- (I) cuando $G_{02a}(s)$ tiene alinealidades significativas que limiten el desempeño del lazo, o
- (II) cuando $G_{02b}(s)$ impone limitaciones al ancho de banda en una estructura de control básica.

El caso (II) se da, por ejemplo, cuando $G_{02b}(s)$ tiene ceros de fase no mínima o retardos de transporte, como viéramos en el Capítulo 7.

El diseño puede separarse en dos etapas:

1. **Lazo secundario.** Diseñamos $K_2(s)$ para atenuar la perturbación $D(s)$, tomando la planta equivalente $G_{01}(s)G_{02a}(s)$. Así obtenemos funciones de sensibilidad y sensibilidad complementaria para el lazo secundario

$$S_{02}(s) = \frac{1}{1 + G_{01}(s)G_{02a}(s)K_2(s)}, \quad T_{02}(s) = \frac{G_{01}(s)G_{02a}(s)K_2(s)}{1 + G_{01}(s)G_{02a}(s)K_2(s)}.$$

Con estas definiciones, la salida $Y(s)$ en la Figura 5 resulta

$$(1) \quad Y(s) = G_{02}(s)S_{02}(s)D(s) + G_{02b}(s)T_{02}(s)U_1(s).$$

Comparada con la expresión de $Y(s)$ que tendríamos en un lazo simple de control,

$$Y(s) = G_{02}(s)D(s) + G_0(s)U(s),$$

vemos en la ecuación (1) que la perturbación $D(s)$ aparece **precompensada** por $S_{02}(s)$. Así, podríamos esperar una respuesta transitoria mejorada aún antes de diseñar $K_1(s)$.

2. **Lazo primario.** Una vez diseñado $K_2(s)$ para atenuar el efecto de $D(s)$, el controlador primario $K_1(s)$ puede diseñarse tomando como planta equivalente $T_{02}(s)G_{02b}(s)$.

Ejemplo 2. [Diseño de control en cascada] Consideremos una planta $G_0(s) = G_{01}(s)G_{02}(s)$, donde

$$G_{01}(s) = \frac{1}{s+1}, \quad G_{02}(s) = \frac{e^{-s}}{2s+1} = \underbrace{1}_{G_{02a}(s)} \times \underbrace{\frac{e^{-s}}{2s+1}}_{G_{02b}(s)}.$$

Comenzamos con el controlador secundario. La planta que ve este controlador es $G_{01}(s)G_{02a}(s) = \frac{1}{s+1}$. A fin de atenuar perturbaciones constantes a la salida de $G_{01}(s)$, elegimos una

estructura PI

$$K_2(s) = \frac{k_{p2}(s + k_i)}{s}.$$

Elegimos forzar la cancelación del factor $(s + 1)$ en el denominador de la planta, proponiendo como polinomio deseado $A_{lc}(s) = (s + 1)(s + 8)$. El controlador obtenido luego de resolver la ecuación diofantina correspondiente es

$$\boxed{K_2(s) = \frac{8(s + 1)}{s}}, \quad \text{que da} \quad T_{02}(s) = \frac{8}{s + 8}.$$

Ahora pasamos al diseño del controlador primario, que ve una planta equivalente

$$G_{eq}(s) = T_{02}(s)G_{02b}(s) = \frac{8e^{-s}}{(2s + 1)(s + 8)}.$$

Proponemos un controlador con predictor de Smith, que es

aplicable pues $G_{eq}(s)$ es estable. Así, para diseñar $K_1(s)$ ignoramos el factor e^{-s} , que será tenido en cuenta por el predictor.

Para el diseño de $K_1(s)$ la planta es entonces $\frac{4}{(s+8)(s+1/2)}$. El método de asignación de polos requiere un polinomio a lazo cerrado deseado de orden 3. Para simplificar el cálculo forzamos la cancelación del factor $(s + 1/2)$, con lo cual el orden del polinomio deseado se reduce a 2.

Veamos si podemos usar otro PI para $K_1(s)$. La restricción es que ya tendríamos asignado el cero, es decir,

$$K_1(s) = \frac{k_{p1}(s + 1/2)}{s}.$$

Simplificando $(s + 1/2)$, la ecuación diofantina reducida resulta

$$(2) \quad s(s + 8) + 4k_{p1} = s^2 + a_1s + a_0.$$

Vemos que (2) tiene solución si tomamos $a_1 = 8$. Con $a_0 = 36$ obtenemos polos complejos conjugados con velocidad y amortiguamiento aceptables, así que para poder usar nuestro segundo PI elegimos entonces el polinomio deseado $A_{lc}(s) = s^2 + 10s + 36$. de donde obtenemos $p_0 = 9$, y así

$$K_1(s) = \frac{9(s + 1/2)}{s}$$

Para estudiar el desempeño de este esquema de control en cascada, construimos el diagrama de la Figura 6 y lo simulamos en SIMULINK a una entrada de referencia escalón unitario aplicada en $t = 0$, y una perturbación escalón unitario aplicada en $t = 5$. La Figura 7 muestra la respuesta del sistema. Vemos como se atenúa significativamente la perturbación, manteniendo el seguimiento asintótico de la referencia.

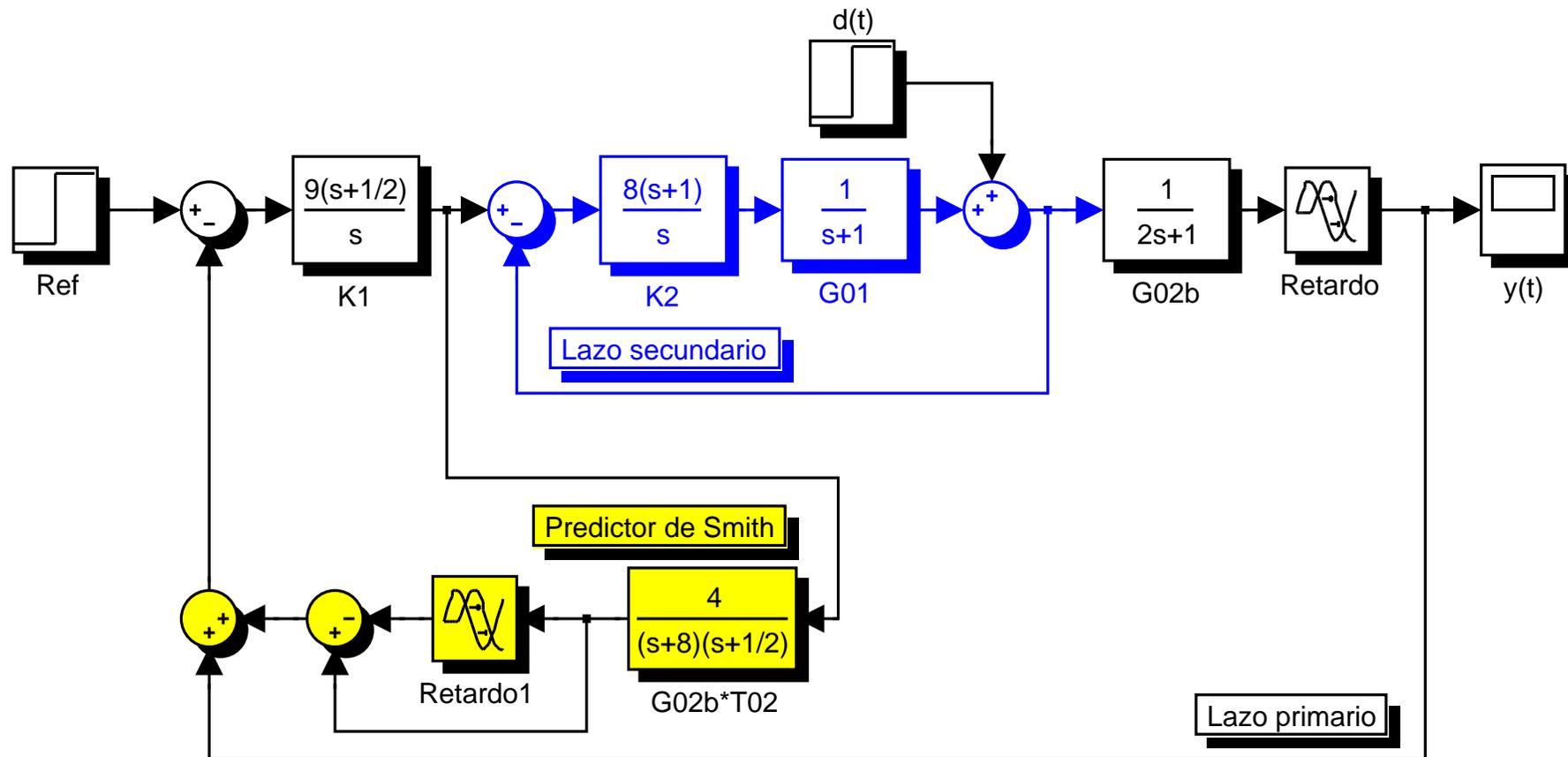


Figura 6: Diagrama de bloques SIMULINK del Ejemplo 2

Es posible una mayor flexibilidad en el diseño, por ejemplo para lograr menor sobrevalor y/o mayor rapidez en la respuesta si no nos restringimos a usar dos controladores PI.

*Notar que aunque la acción integral del PI secundario rechaza perturbaciones constantes en el lazo secundario, **no** garantiza el seguimiento de referencias constantes en el lazo primario.*

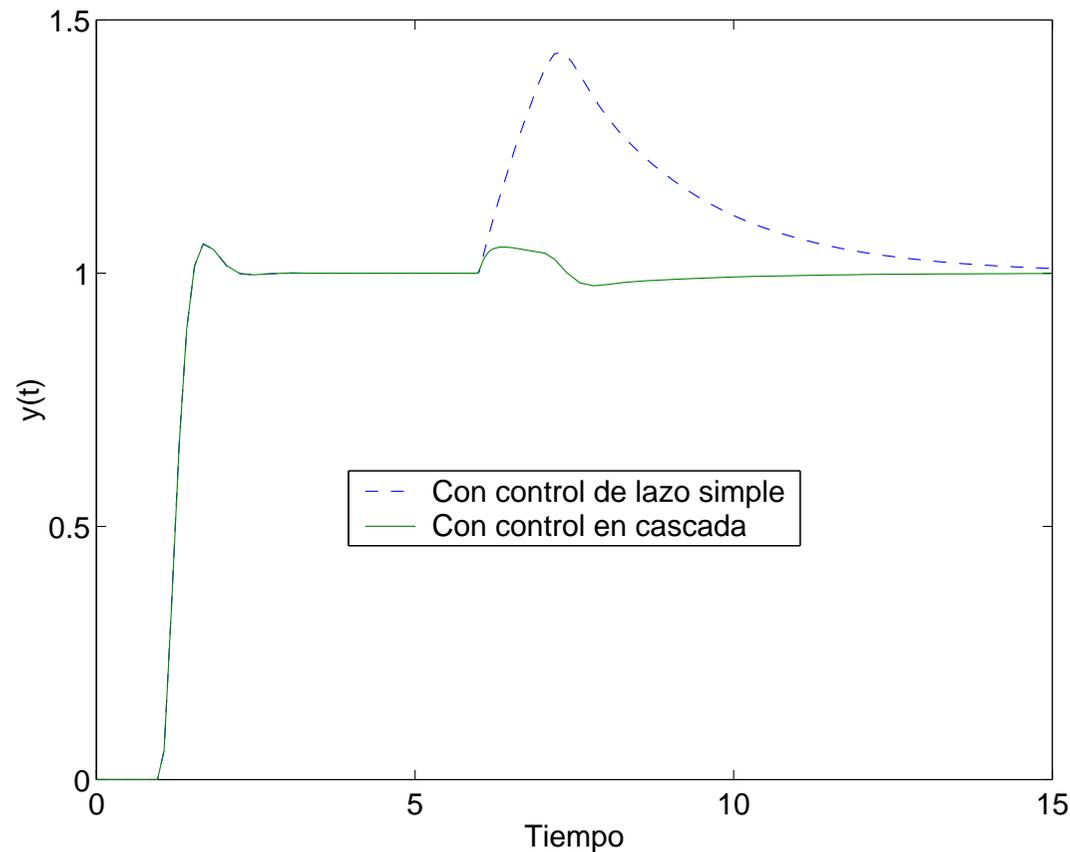


Figura 7: Respuesta del sistema a lazo cerrado del Ejemplo 2

Resumen del Capítulo

Concentramos la discusión de capítulos anteriores en tres «aditivos», al lazo de control básico, con alto valor práctico:

- **Control basado en el Principio del Modelo Interno**, que utiliza el modelado interno de perturbaciones y referencias.
- **Control en avance**, usando inyección de referencias, con **estructuras de 2 grados de libertad**, e inyección de perturbaciones medibles, con **estructuras de 2 y 3 grados de libertad**.
- **Control en cascada**, que permite el diseño de lazos anidados para rechazar perturbaciones por realimentación. Aplicable cuando pueden obtenerse mediciones de variables adicionales de proceso.

Modelos de señales.

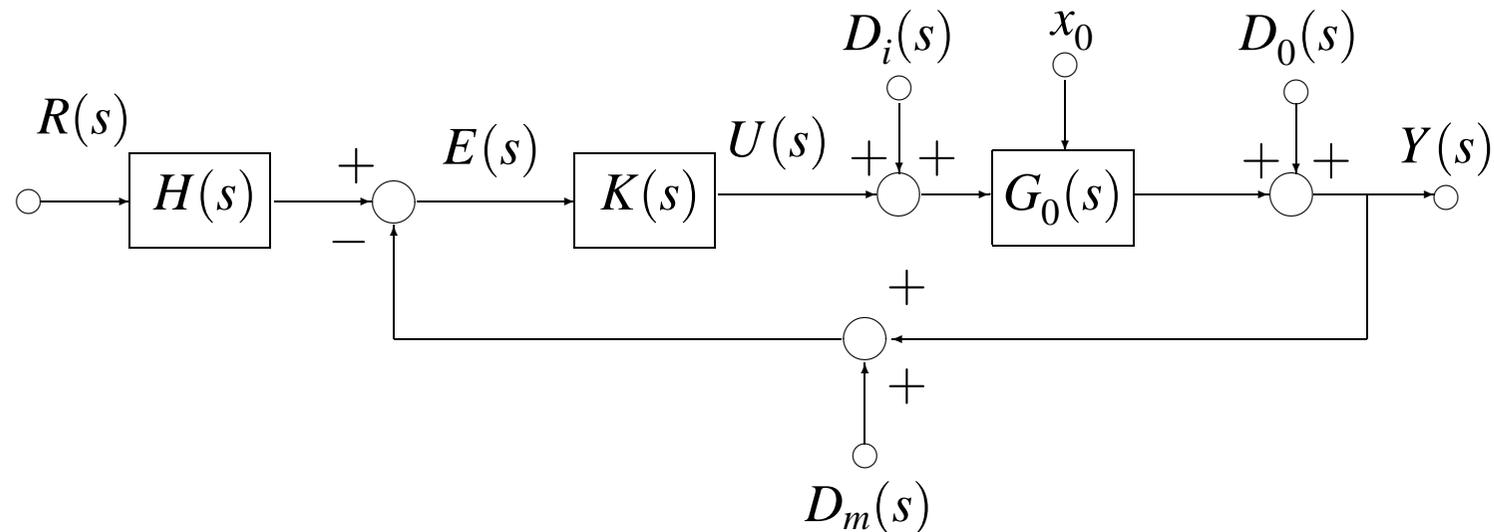
- Ciertas señales pueden modelarse utilizando los **polinomios generadores** de sus transformadas de Laplace,

<i>Señal</i>	<i>Polinomio generador</i>
Constantes	s
Rampas	s^2
Sinusoides	$s^2 + \omega^2$

- Estas señales «modelizables» pueden seguirse (referencias) o rechazarse (perturbaciones) asintóticamente si y sólo si el numerador de la función de sensibilidad $S_0(s)$ del lazo contiene el correspondiente **polinomio generador**.
- Esto es equivalente estabilizar, en la planta, dinámica (inestable) ficticia que representa a estas señales.
- El controlador basado en el PMI, tiene una complejidad adicional acorde a las señales a seguir o rechazar.

Inyección de referencia

- Es una técnica muy efectiva para mejorar la respuesta transitoria a cambios en la entrada de referencia, utilizando un filtro de **precompensación** $H(s)$.

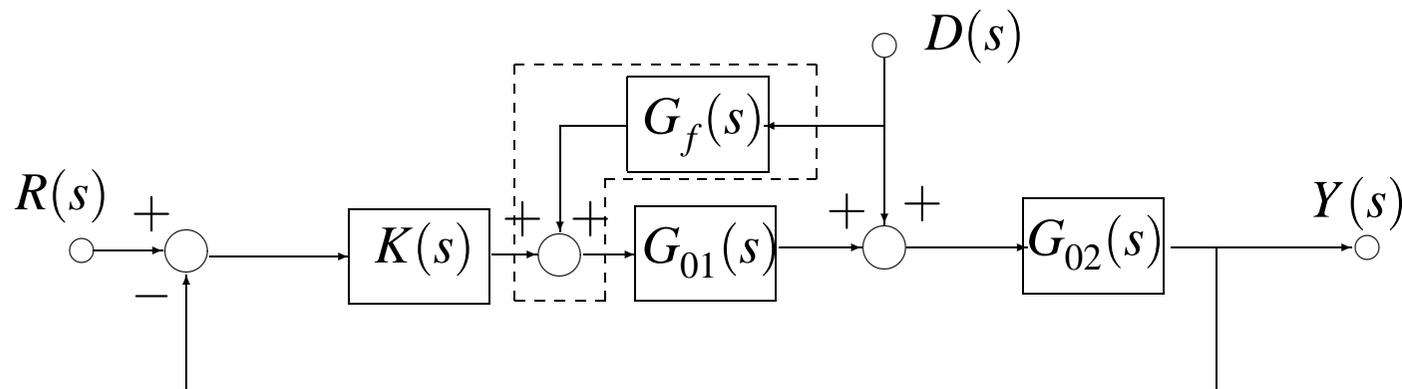


- La estructura de control con lazo de realimentación y precompensador es de **2 grados de libertad**, ya que el precompensador da una libertad extra de diseño.
- Si existe ruido de medición no despreciable, no debe diseñarse el lazo con un ancho de banda excesivamente

- grande. En esta situación, la respuesta a la referencia puede acelerarse mediante el filtro de precompensación.
- Por otra parte, si la referencia contiene armónicas de alta frecuencia (como un cambio escalón), podría utilizarse el filtro precompensador para evitar que éstas exciten incertidumbres y actuadores innecesariamente.
 - Notar que el precompensador, por estar a lazo abierto, no puede compensar modos inestables o errores de modelado, que deben atacarse con el compensador en realimentación.

Inyección de perturbaciones medibles

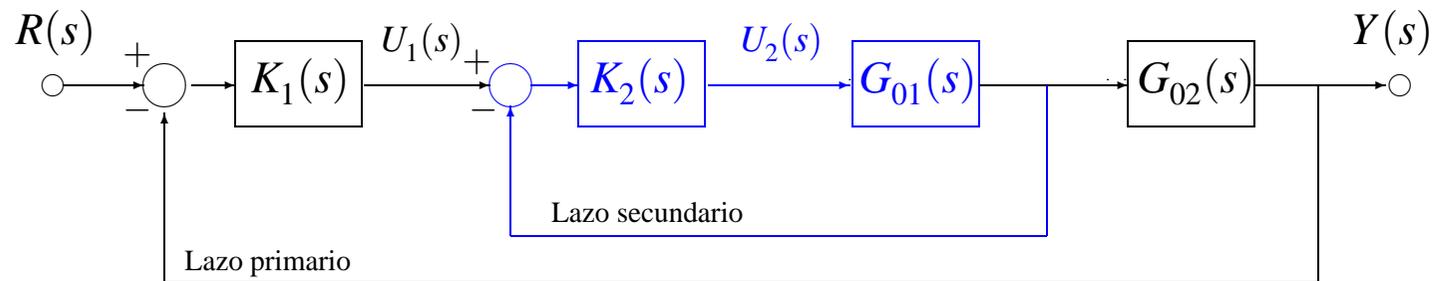
- Las perturbaciones que pueden efectivamente medirse pueden compensarse mediante su inyección filtrada en un esquema a veces llamado de **1-3 grados de libertad** — el precompensador de inyección de referencia es el «grado 2».



- El prefiltro $G_f(s)$ es una **inversa parcial aproximada** de la planta, y debe ser estable.

Control en cascada

- Es una estrategia en realimentación que requiere una medición adicional de una variable de proceso. No es necesario medir directamente la perturbación, por lo que es útil cuando resulta caro o difícil medirla.



- La existencia de ruido de medición en el lazo secundario debe tenerse en cuenta en el diseño, ya que puede introducir limitaciones adicionales al sistema.
- Aunque requiere de **inversión parcial** de la planta — igual que el control con inyección de referencia — el control en cascada es menos sensible a errores de modelado, porque la inversión se hace por realimentación.