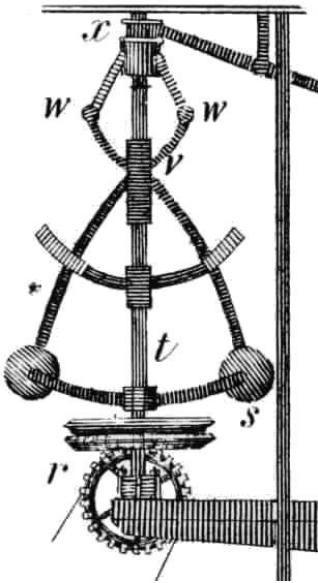


# Estructuras Prácticas de Control SISO

---

*Virginia Mazzone*



Regulador centrífugo de Watt

Control Automático 1  
<http://iaci.unq.edu.ar/caut1>  
Automatización y Control Industrial  
Universidad Nacional de Quilmes  
Marzo 2002

# Índice General

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Consideraciones Estructurales en Control SISO</b>	<b>2</b>
2.1	El Principio de Modelo Interno . . . . .	3
2.2	Modelos de perturbaciones y referencias . . . . .	3
2.3	Principio de Modelo Interno para perturbaciones . . . . .	4
2.3.1	Puntos de entrada de las perturbaciones . . . . .	4
2.3.2	Compensación de perturbaciones en régimen permanente . . . . .	4
2.3.3	Asignación de polos . . . . .	5
2.4	Principio de Modelo Interno para seguimiento de referencias . . . . .	7
2.5	Control en avance . . . . .	8
2.5.1	Inyección de referencia . . . . .	8
2.5.2	Inyección de señales de perturbación medibles . . . . .	12
2.6	Control en cascada . . . . .	13
2.7	Resumen de la Sección . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Manejo de Restricciones</b>	<b>19</b>
3.1	<i>Wind-up</i> . . . . .	19
3.2	Compensación anti-wind-up . . . . .	21
3.3	Esquema anti-wind-up para saturación . . . . .	22
3.4	Esquema anti-wind-up para slew-rate . . . . .	22
3.5	Conclusiones . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Aspectos Operacionales</b>	<b>25</b>
4.1	<i>Bumpless Transfer</i> . . . . .	25
4.2	<i>Bumpless</i> debido al cambio de los parámetros . . . . .	27

# 1 Introducción

El objetivo de este apunte es presentar estructuras de control que extienden los métodos de diseño vistos, para tratar en mayor detalle

- el manejo de transitorios en la respuesta a referencias y perturbaciones, y
- la compensación de limitaciones en los actuadores.

En particular detallaremos el diseño de controladores basado en el Principio de Modelo Interno para rechazar cualquier perturbación y seguir cualquier referencia conociendo solo un modelo de la señal. El Control en Avance (en inglés *feedforward*) que inyecta la señal de referencia y/o de perturbación, que se supone medible, para su seguimiento y rechazo respectivamente. Y el Control en Cascada para el cual se genera una realimentación de una señal intermedia, por ejemplo para rechazar perturbaciones.

Veremos también como podemos modificar la estructura para implementar un controlador cuando el actuador satura (estructura *anti-windup*). Por lo general, cuando diseñamos controladores, incluimos acción integral en el control para no tener error en el régimen permanente. Este integrador seguirá integrando al error aunque la actuación esté saturada, lo que hace que la «recuperación» sea mucho más lenta. Una idea general de la estructura *anti-windup* es que reescribe el controlador de forma tal que el integrador no integre al error cuando la entrada alcanza algún límite.

Las secciones que tratan estos temas fueron obtenidas de [2].

Por último, veremos brevemente el efecto que se produce en la actuación cuando se cambia un controlador de automático a manual, y viceversa, y cómo se soluciona dicho inconveniente. La solución al salto que se produce en el control se llama *bumpless transfer*. Los continos referentes a *bumpless transfer* fueron obtenidos de [1].

## 2 Consideraciones Estructurales en Control SISO

Hasta ahora nos hemos concentrado esencialmente en el lazo de control de 1 grado de libertad con realimentación unitaria. Vimos cómo asignar los polos del lazo cerrado, y también el efecto de incorporar un integrador en el lazo para

- eliminar asintóticamente el efecto de perturbaciones constantes y
- seguir referencias constantes con error estático nulo.

En esta sección extendemos esta idea a *estructuras* de control que permiten la *compensación exacta* de perturbaciones determinísticas más generales, así como también el seguimiento asintótico de señales de referencia particulares.

Veremos tres estructuras de control importantes

- Control basado en un modelo interno de las perturbaciones.
- Control en avance.
- Control en cascada.

El control basado en un modelo interno de las perturbaciones es la extensión directa de la idea del agregado de acción integral a la compensación de otras perturbaciones que pueden modelarse mediante funciones transferencia.

El control en avance y el control en cascada son ejemplos de *alteraciones estructurales* al lazo básico de realimentación unitaria que permiten mejorar el desempeño del sistema significativamente en el rechazo de perturbaciones que pueden en cierta forma «medirse».

## 2.1 El Principio de Modelo Interno

El *Principio del Modelo Interno (PMI)* establece que para rechazar asintóticamente una perturbación en forma exacta, el controlador debe incluir un modelo de la perturbación. Esta idea es la que aplicamos al agregar un integrador (modelo de una perturbación constante) en el controlador para rechazar perturbaciones (y seguir referencias) constantes, Figura 1. Esta idea puede extenderse a otras perturbaciones y/o referencias que puedan modelarse en forma similar.

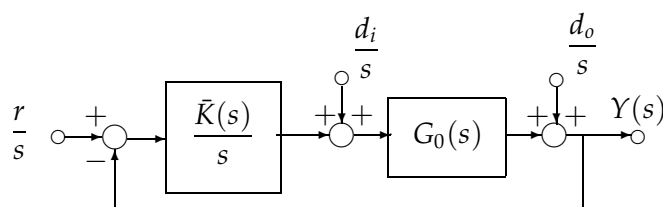


Figura 1: Sistema que rechaza perturbaciones y (sigue referencias) constantes

## 2.2 Modelos de perturbaciones y referencias

Las señales de interés en esta sección son las que pueden describirse como la salida de un sistema dinámico lineal *autónomo* (sin entradas pero con condiciones iniciales). El ejemplo más simple es una señal constante, que puede describirse con el modelo

$$\dot{x}_d = 0; \quad \text{con condición inicial } x_d(0) \text{ dada.}$$

La generalización de este modelo incluye cualquier señal que pueda describirse por una ecuación diferencial ordinaria

$$\frac{\partial^q d(t)}{\partial t^q} + \sum_{i=0}^{q-1} \gamma_i \frac{\partial^i d(t)}{\partial t^i} = 0; \quad x_d(0) = \begin{bmatrix} d(t) \\ \frac{\partial d(t)}{\partial t} \\ \vdots \\ \frac{\partial^{q-1} d(t)}{\partial t^{q-1}} \end{bmatrix}_{t=0} \quad (2.1)$$

Haciendo la transformada de Laplace de (2.1) obtenemos la siguiente expresión para la perturbación

$$D(s) = \frac{N_d(s)x_d(0)}{\Gamma_d(s)}, \quad (2.2)$$

donde  $N_d(s)$  es un *vector*  $1 \times q$  que define el efecto de las condiciones iniciales, y  $\Gamma_d(s)$  es el *polinomio generador* de la perturbación definido por

$$\Gamma_d(s) = s^q + \sum_{i=0}^{q-1} \gamma_i s^i.$$

**Ejemplo 1 (Modelo de perturbaciones).** Supongamos que tenemos una perturbación de la siguiente forma

$$d(t) = K_1 + K_2 \text{sen}(3t + K_3),$$

donde  $K_1, K_2$  y  $K_3$  son constantes. Entonces el polinomio generador está dado por

$$\Gamma_d(s) = s(s^2 + 9).$$

Notar que las constantes  $K_1, K_2$  y  $K_3$  están relacionadas a las condiciones iniciales  $x_d(0)$  en el modelo de estados.  $\square$

## 2.3 Principio de Modelo Interno para perturbaciones

### 2.3.1 Puntos de entrada de las perturbaciones

En general, para un modelo nominal  $G_0(s)$  con entrada  $U(s)$  y salida  $Y(s)$ , vamos a asumir que la perturbación  $D(s)$  actúa sobre la planta en un punto intermedio, es decir,

$$Y(s) = G_{02}(s) [G_{01}(s)U(s) + D(s)], \quad \text{donde} \quad G_{02}(s)G_{01}(s) = G_0(s).$$

Esta configuración está representada en la Figura 2.

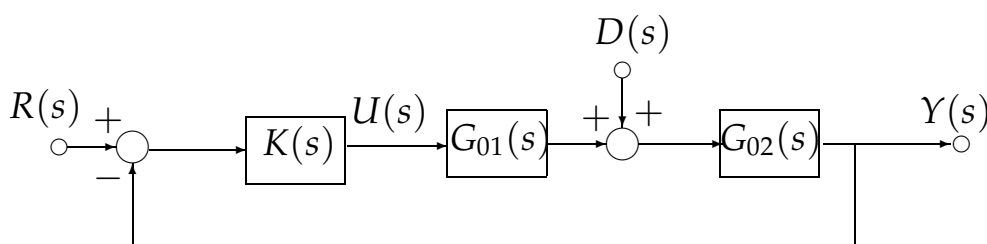


Figura 2: Lazo de control con una perturbación generalizada

El caso de perturbación de entrada está incluido si elegimos  $G_{01}(s) = 1$ , y  $G_0(s) = G_{02}(s)$ . El caso de perturbación de salida está considerado si tomamos  $G_{02}(s) = 1$ , y  $G_0(s) = G_{01}(s)$ .

### 2.3.2 Compensación de perturbaciones en régimen permanente

Para la descripción de la perturbación generalizada recién presentada, y asumiendo estabilidad interna del lazo nominal, la salida de la planta  $Y(s)$  y del controlador  $U(s)$  a lazo cerrado quedan definidas por las ecuaciones

$$Y(s) = S_0(s)G_{02}(s)D(s),$$

$$U(s) = S_{u0}(s)G_{02}(s)D(s) = \frac{T_0(s)}{G_{01}(s)}D(s).$$

Vamos a mostrar que el efecto de la perturbación sobre la salida se compensará asintóticamente si el polinomio generador  $\Gamma_d(s)$  es un factor del numerador de  $S_0(s)G_{02}(s)$ .

Para empezar denotemos los polinomios numeradores y denominadores de la planta y el controlador como<sup>1</sup>

$$G_{01} = \frac{B_1}{A_1}, \quad G_{02} = \frac{B_2}{A_2}, \quad K = \frac{P}{L}.$$

Entonces,

$$\begin{aligned} S_0 G_{02} &= \frac{1}{1 + G_{02} G_{01} K} G_{02} \\ &= \frac{A_1 B_2 L}{A_1 A_2 L + B_1 B_2 P} \end{aligned}$$

La compensación asintótica de la perturbación se da si el polinomio generador de la perturbación  $\Gamma_d(s)$  es un factor del numerador de  $S_0(s)$ , es decir de  $A_1(s)$ ,  $B_2(s)$  o  $L(s)$ .

En efecto, bajo estas condiciones la salida es

$$Y = S_0 G_{02} D = \frac{\bar{A}_1 \bar{B}_2 \bar{L} \bar{\Gamma}_d}{(A_1 A_2 L + B_1 B_2 P)} \frac{N_d x_d(0)}{\bar{\Gamma}_d},$$

y podemos aplicar el *Teorema del valor final* para evaluar su valor en régimen permanente  $y_{rp}(t)$ ,

$$y_{rp}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s S_0(s) G_{02}(s) D(s) = 0.$$

Notar que para *perturbaciones de salida*  $G_{02}(s) = 1$ , por lo que el polinomio generador de la perturbación  $\Gamma_d(s)$  deberá necesariamente aparecer en el numerador de  $S_0(s)$  (la planta «no ayuda»).

En definitiva, podemos lograr compensación asintótica de la perturbación si diseñamos el controlador en la forma

$$K(s) = \frac{P(s)}{\Gamma_d(s) \bar{L}(s)}. \quad (2.3)$$

Podemos ver que la acción integral de la familia de controladores PID es un caso especial de (2.3) para compensación de perturbaciones constantes, donde  $\Gamma_d(s) = s$ .

En resumen,

Una condición suficiente para la compensación asintótica de perturbaciones es que su polinomio generador se incluya como parte del denominador de la función transferencia del controlador. La compensación obtenida es *robusta*, ya que se conserva aún frente a errores moderados de modelado.

### 2.3.3 Asignación de polos

Para mantener el principio del modelo interno al diseñar el controlador mediante el método de asignación de polos, debe forzarse el polinomio generador  $\Gamma_d(s)$  en el denominador del controlador. Tomando

$$G_0(s) = \frac{B_0(s)}{A_0(s)}, \quad K(s) = \frac{P(s)}{\Gamma_d(s) \bar{L}(s)},$$

la *ecuación diofantina* para la resolución del problema de asignación de polos deviene

$$A_0(s) \bar{L}(s) \Gamma_d(s) + B_0(s) P(s) = A_{lc}(s).$$

Esta ecuación puede resolverse en la forma habitual, teniendo en cuenta que si el grado de  $\Gamma_d(s)$  es  $q$ , entonces necesitamos elegir  $A_{lc}(s)$  de grado al menos  $2n - 1 + q$ .

<sup>1</sup>Omitimos la dependencia de la variable  $s$  para simplificar las expresiones.

**Ejemplo 2 (Compensación asintótica de perturbaciones).** Sea el modelo nominal

$$G_0(s) = 3/(s + 3)$$

y supongamos que tenemos una perturbación de entrada

$$d(t) = K_1 + K_2 \text{sen}(2t + K_3).$$

Deseamos diseñar un controlador para satisfacer el PMI para esta clase de perturbaciones.

Para esta perturbación tenemos que  $\Gamma_d(s) = s(s^2 + 4)$ , de grado  $q = 3$ . Como la planta es de grado  $n = 1$ , necesitamos elegir un polinomio deseado  $A_{1c}(s)$  de grado por lo menos  $n_c = 4$ .

Digamos que elegimos

$$A_{1c}(s) = (s^2 + 4s + 9)(s + 5)^2.$$

El controlador deberá tener la forma

$$K(s) = \frac{\beta_3 s^3 + \beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0}{s(s^2 + 4)}.$$

La ecuación diofantina correspondiente es

$$s(s^2 + 4)(s + 3) + 3(\beta_3 s^3 + \beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0) = (s^2 + 4s + 9)(s + 5)^2,$$

de donde obtenemos (usando `paq.m`)

$$\beta_3 = \frac{11}{3}, \quad \beta_2 = \frac{70}{3}, \quad \beta_1 = \frac{178}{3}, \quad \beta_0 = 75.$$

Usando el diagrama SIMULINK de la Figura 3, simulamos el sistema a lazo cerrado con entrada de referencia  $r(t) = 5$ , y una perturbación de entrada  $d(t) = -1 + \text{sen}(2t + 1)$ ,  $\forall t \geq 2$ . Recordar

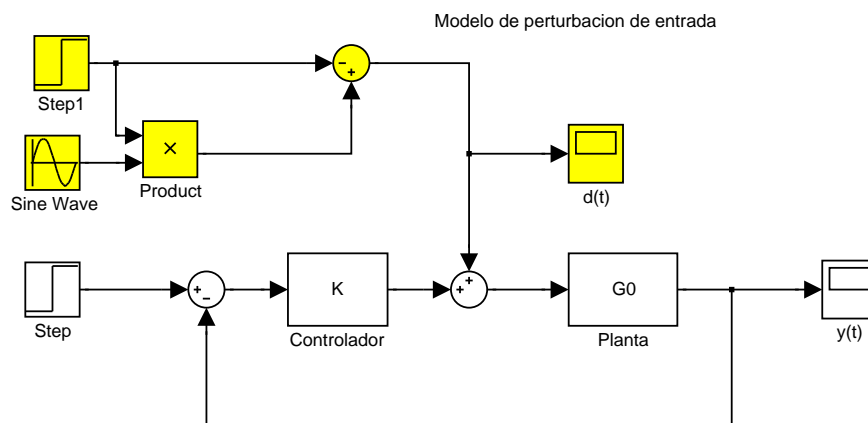


Figura 3: Diagrama de bloque de SIMULINK del sistema a lazo cerrado

que el lazo cerrado debe simularse con la planta original  $G_0(s) = \frac{3}{s+3}$ , y no con la que tiene denominador alterado para resolver la ecuación diofantina. La Figura 4 muestra la respuesta obtenida.

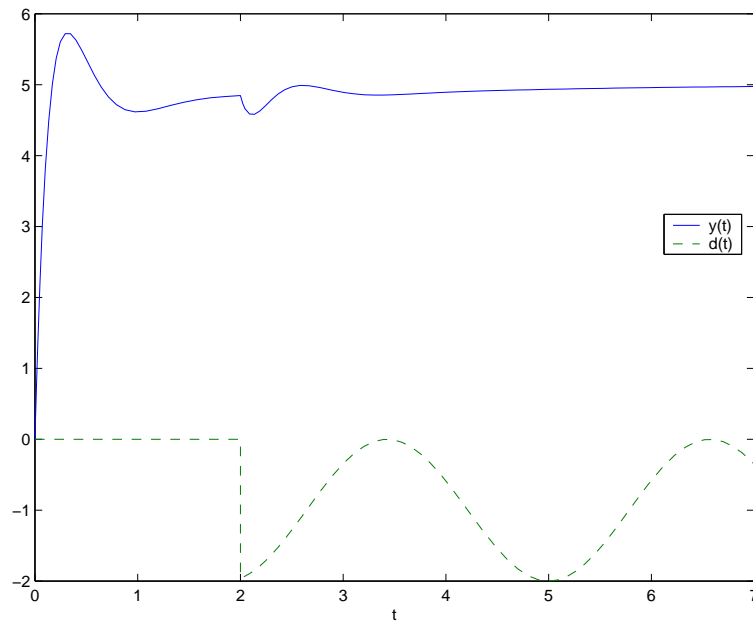


Figura 4: Resultados de simulación: respuesta a lazo cerrado  $y(t)$  a un escalón  $r(t) = 5$  y perturbación  $d(t)$ .

## 2.4 Principio de Modelo Interno para seguimiento de referencias

Para seguimiento asintótico de referencias consideramos el lazo de control de dos grados de libertad de la Figura 5, con perturbaciones nulas. La respuesta a la referencia para la salida, el error, y la señal de control en la Figura 5 está dada por las ecuaciones

$$\begin{aligned} Y(s) &= H(s)T_0(s)R(s) \\ E(s) &= R(s) - Y(s) = (1 - H(s)T_0(s))R(s) \\ U(s) &= H(s)S_{u0}(s)R(s). \end{aligned}$$

Para usar el PMI para seguimiento robusto de referencias basta elegir  $H(s) = 1$  y asegu-

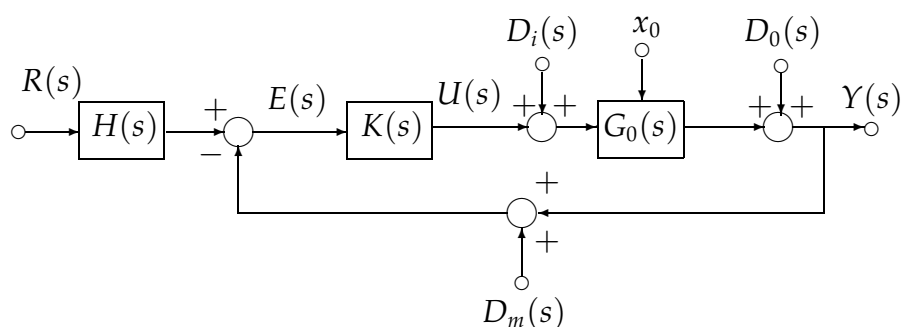


Figura 5: Lazo de control de dos grados de libertad

rarse que el polinomio generador de la referencia esté en el denominador de  $G_0(s)K(s)$ .

Cuando los polinomios generadores de la referencia y las perturbaciones comparten raíces, estas raíces comunes deben incluirse sólo una vez en el denominador de  $K(s)$  para satisfacer el PMI simultáneamente para referencias y perturbaciones.



## 2.5 Control en avance

El uso de controladores basados en el PMI, que presentamos en la sección anterior, brinda completa compensación de perturbaciones y referencias *en régimen permanente*. Sin embargo, el PMI no necesariamente garantiza buen desempeño *en la respuesta transitoria*. En particular, la respuesta transitoria es función de la dinámica del sistema, y por lo tanto está sujeta a los compromisos de diseño que imponen ceros y polos de la planta, como vimos en el Capítulo 7 del programa de la asignatura.

La respuesta transitoria puede influenciarse de varias maneras. En particular, variando los polos de lazo cerrado con el controlador. Sin embargo, en algunos casos es posible *medir* las perturbaciones y referencias directamente, lo que brinda *mecanismos adicionales* para alterar el desempeño transitorio del sistema.

En esta sección presentaremos dos de estos mecanismos, que englobamos en el término *control en avance*, porque usan *inyección*, en vez de realimentación de señal. Éstos son

- control con inyección de señales de referencia, y
- control con inyección de señales de perturbación medidas.

La inyección de referencia permite «retocar» la respuesta transitoria de la transferencia entre la referencia y la salida utilizando el bloque  $H(s)$  en la estructura de control de 2 grados de libertad.

La inyección de perturbaciones medibles, mediante un bloque a lazo abierto adicional, permite compensar perturbaciones parcialmente conocidas — de forma similar a la ilustrada en el Capítulo 2 de la asignatura con el ejemplo de la colada continua — mejorando la respuesta transitoria del sistema.

### 2.5.1 Inyección de referencia

La *inyección de referencia* es una estrategia alternativa a la del PMI para obtener seguimiento de referencia. Se implementa sobre la estructura de control de 2 grados de libertad de la Figura 5. La idea básica de la inyección de referencia es usar  $H(s)$  para invertir  $T_0(s)$  en ciertas frecuencias claves, es decir, de forma que  $H(s)T_0(s) = 1$  en las raíces, digamos  $s = \rho_i$ ,  $i = 1, \dots, n_r$ , del *polinomio generador* en el modelo de la referencia.

Usando la inyección de referencia puede evitarse usar realimentación con alta ganancia para hacer que  $T_0(\rho_i) = 1$ . Pero, el seguimiento obtenido *no es robusto*: cambios en el modelo de la planta producirán error de seguimiento. En contraste, un controlador basado en el PMI retiene el seguimiento exacto frente a modificaciones o errores en el modelo (siempre que el lazo real permanezca estable).

**Ejemplo 3 (Seguimiento con inyección de referencia).** *Sea la planta con modelo nominal*

$$G_0(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 2}.$$

*El objetivo de control es que la salida de la planta siga, con tanta precisión como sea posible, una referencia dada por*

$$r(t) = K_1 + r_a(t), \quad (2.4)$$

*y rechazar asintóticamente una perturbación de salida*

$$d_o(s) = K_2 \operatorname{sen}(t),$$

donde  $K_1$  y  $K_2$  son constantes desconocidas, y  $r_a(t)$  es una señal con contenido armónico en la banda  $[0, 5]$  rad/s.

Se sabe además que existe ruido de medición que impide que el ancho de banda a lazo cerrado supere 3 rad/s.

Notemos que la perturbación tiene energía concentrada en la frecuencia  $\omega = 1$ , mientras que la referencia que se pretende seguir tiene energía concentrada en la frecuencia  $\omega = 0$ , y energía distribuida sobre la banda  $\omega \in [0, 5]$ .

Dado que la banda  $[0, 5]$  se encuentra fuera del ancho de banda permitido por el ruido de medición ( $[0, 3]$ ), es necesario usar una estructura de control de 2 grados de libertad.

En resumen, las especificaciones de diseño son:

1. El ancho de banda de  $T_0$ : como máximo, 3 rad/s.
2. El ancho de banda de  $HT_0$ : como mínimo, 5 rad/s.
3. La transferencia del controlador  $K(s)$  debe tener polos en  $s = 0$  y  $s = \pm j$  rad/s.

### Solución.

Primero sintetizamos el control en realimentación usando asignación de polos. El polinomio a lazo cerrado deseado  $A_{lc}(s)$  debe seleccionarse de orden  $6 = 2 \times (\text{orden de la planta}) - 1 + (\text{orden del polinomio generador de } r(t))$ . Por simplicidad elegimos cancelar los polos del modelo nominal de la planta, proponiendo un controlador de la forma

$$K(s) = \frac{P(s)}{L(s)} = \frac{(s^2 + 3s + 2)(\beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0)}{s(s^2 + 1)(s + \alpha)}$$

Elegimos como polinomio deseado

$$A_{lc}(s) = (s^2 + 3s + 2)(s^4 + 3.92s^3 + 7.682s^2 + 8.819s + 5.062).$$

El factor  $(s^2 + 3s + 2)$  debe introducirse para forzar su cancelación en el denominador del modelo nominal de la planta. El factor  $s^4 + 3.92s^3 + 7.682s^2 + 8.819s + 5.062$  es el denominador de un filtro de **Butterworth** de orden 4 y frecuencia de corte  $\omega_b = 1.5$  rad/s, que podemos calcular

en MATLAB: `butter(4, 1.5, 's')`

en SCILAB: `zpbutt(4, 1.5)`.

Luego de simplificar el factor  $(s^2 + 3s + 4)$ , la ecuación diofantina de asignación de polos queda

$$s(s^2 + 1)(s + \alpha) + 2(\beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0) = s^4 + 3.92s^3 + 7.682s^2 + 8.819s + 5.062,$$

que resolvemos usando la rutina `paq`, obteniendo

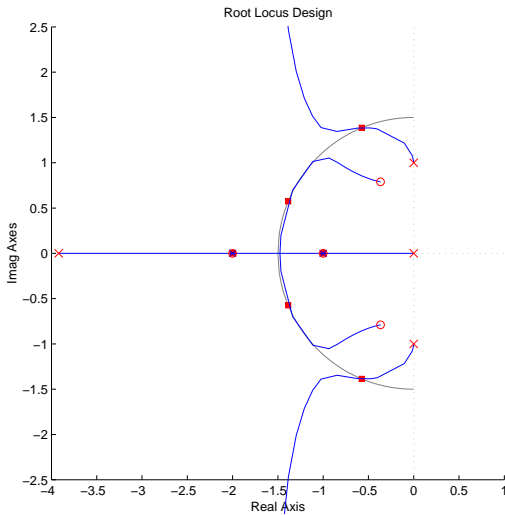
$$\alpha = 3.9197; \quad \beta_2 = 3.3410; \quad \beta_1 = 2.4498; \quad \beta_0 = 2.5312.$$

El controlador que resulta

$$K(s) = \frac{(s^2 + 3s + 2)(3.3410s^2 + 2.4498s + 2.5312)}{s(s^2 + 1)(s + 3.9197)},$$

da una función de sensibilidad complementaria

$$T_0(s) = \frac{6.682s^2 + 4.95s + 5.062}{s^4 + 3.92s^3 + 7.682s^2 + 8.819s + 5.062}.$$



Vemos en el lugar de las raíces de  $K(s)G_0(s)$  los polos a lazo cerrado en configuración Butterworth sobre un círculo de radio 1.5, y los ceros que cancelan los polos de la planta del factor  $s^2 + 3s + 2 = (s + 1)(s + 2)$ .

La salida sigue asintóticamente referencias constantes. El diagrama de Bode de  $T_0(s)$  muestra que el lazo cerrado tiene un ancho de banda de  $\approx 3$  rad/s, de acuerdo a las limitaciones por ruido.

LR de  $K(s)G_0(s)$

Notar que los ceros de  $T_0(s)$ , que **no** manejamos, modifican la frecuencia de corte de lazo cerrado respecto de la de los polos en Butterworth, como podemos ver en el diagrama de Bode de la Figura 6. Esto hará necesario, en general, hacer algunas iteraciones en el diseño hasta encontrar el valor de  $\omega_b$  más apropiado.

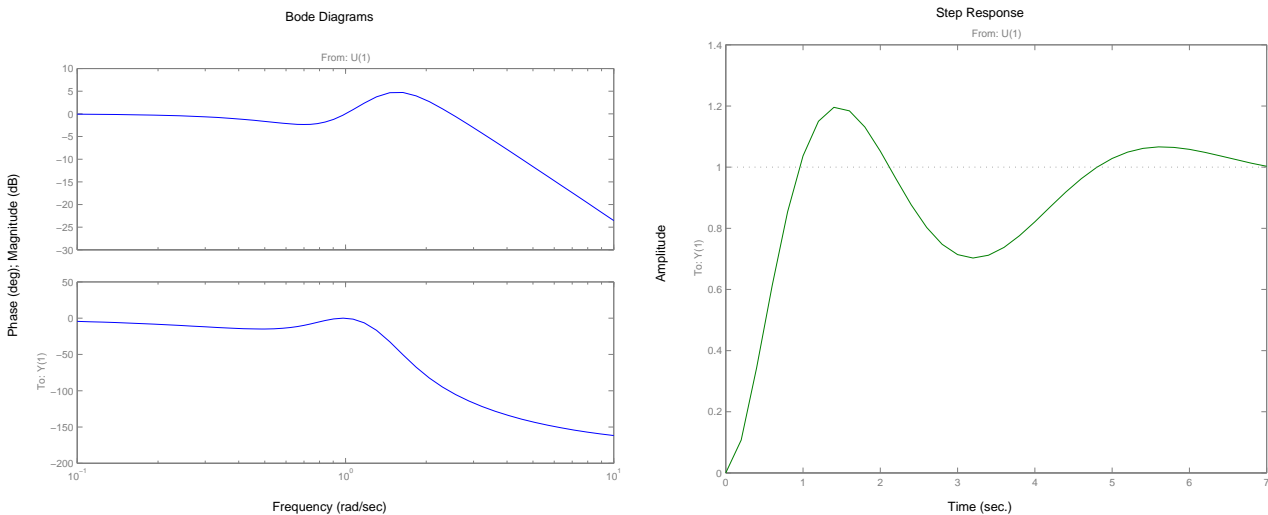


Figura 6: Diagrama de Bode y Respuesta al escalon de  $T_0(s)$

Mejoraremos la respuesta al escalón de  $T_0(s)$  usando  $H(s)$ . Usando la estructura de 2 grados de libertad, pasamos finalmente a diseñar  $H(s)$  para llevar el ancho de banda de la transferencia  $H(s)T_0(s)$  entre referencia y salida a 5 rad/s. Como  $T_0(s)$  tiene grado relativo 2, elegimos  $H(s)$  de modo que  $H(s)T_0(s)$  tenga grado relativo al menos 2 — de lo contrario  $H(s)$  será impropia. Tomamos

$$H(s)T_0(s) = \frac{1}{(0.2s + 1)^2}$$

por lo tanto

$$H(s) = \frac{s^4 + 3.92s^3 + 7.682s^2 + 8.819s + 5.062}{(6.682s^2 + 4.95s + 5.062)(0.2s + 1)^2}$$

La Figura 7 a la izquierda muestra el diagrama de Bode de  $H(s)T_0(s)$ , que como vemos tiene efectivamente una frecuencia de corte de 5 rad/s. Notar la mejora en la respuesta  $y(t)$  a lazo cerrado a un escalón unitario en  $r(t)$  en el gráfico de la derecha de la Figura 7.

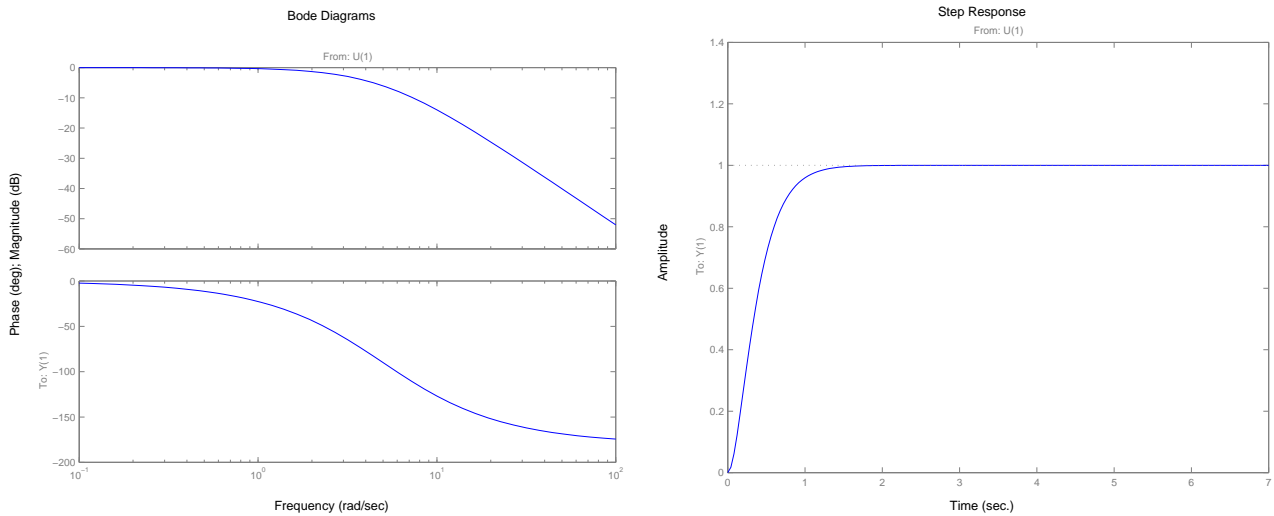


Figura 7: Diagrama de Bode y respuesta al escalón de  $H(s)T_0(s)$

Comprobamos las propiedades de rechazo de la perturbación de salida simulando el sistema de control en SIMULINK con el diagrama de bloques de la Figura 8.

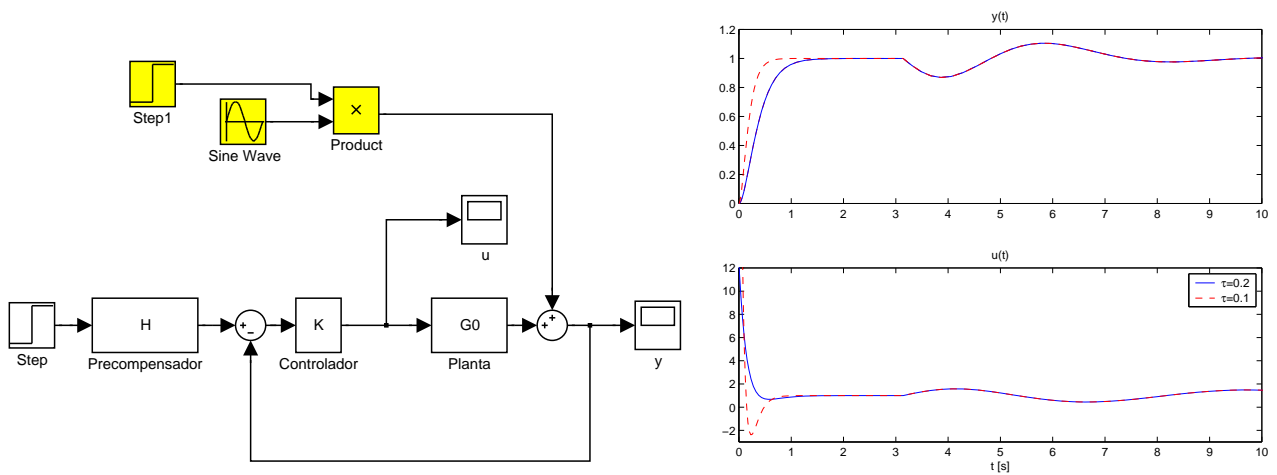


Figura 8: Resultados de simulación

A la derecha en la Figura 8, vemos la respuesta transitoria a lazo cerrado, las señales  $y(t)$  y  $u(t)$ , a una entrada escalón unitario, y una perturbación de salida  $d_o(t) = 0.2 \text{ sen}(t)$  que comienza a afectar al sistema en  $t = 3$ . La simulación se realizó para dos posibles precompensadores  $H(s)$ , correspondientes a

$$H(s)T_0(s) = \frac{1}{(\tau s + 1)^2}, \quad \text{con } \tau = 0.2 \text{ y } \tau = 0.1,$$

es decir, para obtener anchos de banda 5 y 10 rad/s, respectivamente.

La opción  $\tau = 0.1$ , si bien mejora el desempeño en  $y(t)$ , lo hace a costa mayores picos en la señal de control, que pueden no ser implementables debido a limitaciones en el actuador.  $\square$

### 2.5.2 Inyección de señales de perturbación medibles

La idea de control en avance por inyección de señal puede aplicarse al rechazo de perturbaciones. La Figura 9 muestra un esquema de inyección de perturbaciones medibles.

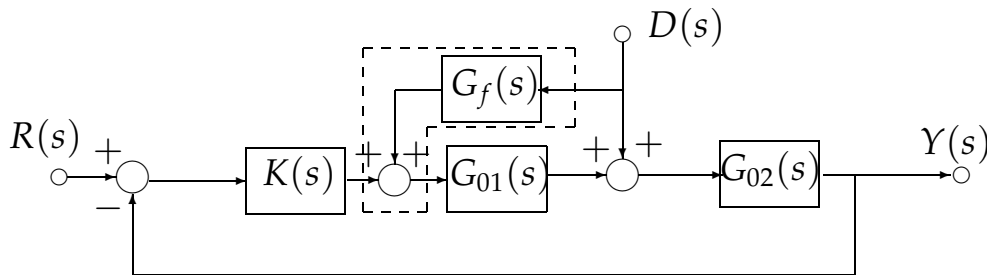


Figura 9: Esquema de inyección de perturbaciones

$$Y(s) = S_0(s)G_{02}(s) (1 + G_{01}(s)G_f(s)) D(s)$$

$$U(s) = S_{u0}(s) (-G_{02}(s) + G_f(s)) D(s).$$

Esta estructura tiene las siguientes características:

- La función transferencia del bloque de inyección  $G_f(s)$  debe ser estable y propia, dado que actúa en lazo abierto.
- Idealmente, el bloque de inyección  $G_f(s)$  debe invertir la parte del modelo nominal  $G_{01}(s)$ , es decir,

$$G_f(s) = -\frac{1}{G_{01}(s)},$$

por lo que usualmente  $G_f(s)$  tendrá características pasa-altos, dado que  $G_{01}(s)$  es generalmente pasa-bajos.

**Ejemplo 4 (Inyección de perturbaciones medidas).** Sea la planta con modelo nominal

$$G_0(s) = G_{02}(s)G_{01}(s), \quad \text{donde} \quad G_{01}(s) = \frac{1}{s+1}, \quad G_{02}(s) = \frac{e^{-s}}{2s+1}.$$

Supongamos que la perturbación  $d(t)$  consiste de infrecuentes cambios tipo escalón que pueden medirse.

Elegimos  $G_f(s)$  como una aproximación propia y estable de la inversa de  $G_{01}(s)$ , es decir,

$$G_f(s) = -k \frac{s+1}{\beta s+1},$$

donde  $\beta$  permite balancear el compromiso entre la efectividad del rechazo de la perturbación y el esfuerzo de control demandado. Tomamos  $k = 1$  como valor nominal.

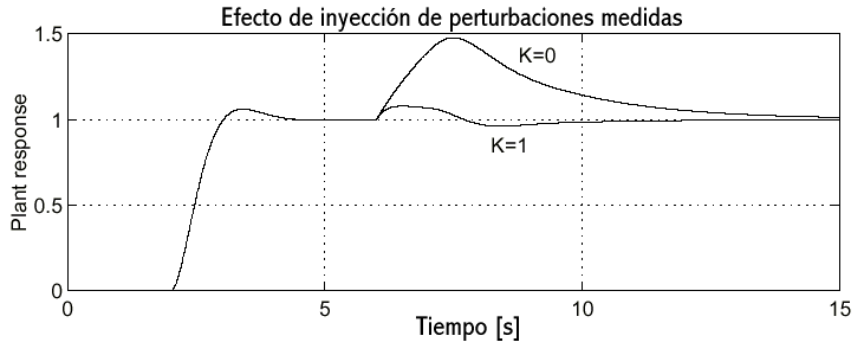


Figura 10: Resultados de simulación del esquema con inyección de perturbaciones medidas

La Figura 10 grafica la respuesta al escalón del sistema, con ( $k = 1$ ) y sin ( $k = 0$ ) inyección de perturbación, a una entrada escalón unitario aplicada en  $t = 1$  y una perturbación escalón unitario aplicada en  $t = 5$ . Los resultados se simularon con  $\beta = 0.2$  y un control en realimentación con predictor de Smith. Puede verse claramente cómo la inyección de perturbación mejora la respuesta del sistema. Es interesante observar que en muchos casos la inyección de perturbación es beneficiosa aún cuando sólo se invierta exactamente  $G_{01}(s)$  en  $\omega = 0$ , es decir, usando una ganancia estática  $G_f = 1/G_{01}(0)$ .  $\square$

## 2.6 Control en cascada

El control en cascada es una estructura alternativa al control en avance para rechazar perturbaciones parcialmente medibles. La idea básica es realimentar variables intermedias entre el punto donde entra la perturbación y la salida. Esta estructura, representada en la Figura 11, tiene dos lazos:

- un lazo primario con un controlador primario  $K_1(s)$ , y
- un lazo secundario con un controlador secundario  $K_2(s)$ .

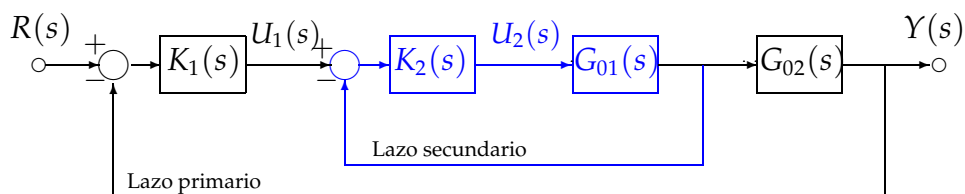


Figura 11: Estructura de control en cascada

El control secundario se diseña para atenuar el efecto de la perturbación antes de que alcance a afectar significativamente la salida  $y(t)$ . Veamos un ejemplo para motivar la idea.

### Ejemplo 5 (Control de temperatura de bobinado).

La Figura 12 muestra un esquema de control de temperatura de bobinado en un tren de laminación de chapa en caliente. La regulación precisa de esta temperatura es uno de los factores claves que determinan la calidad de la chapa producida.

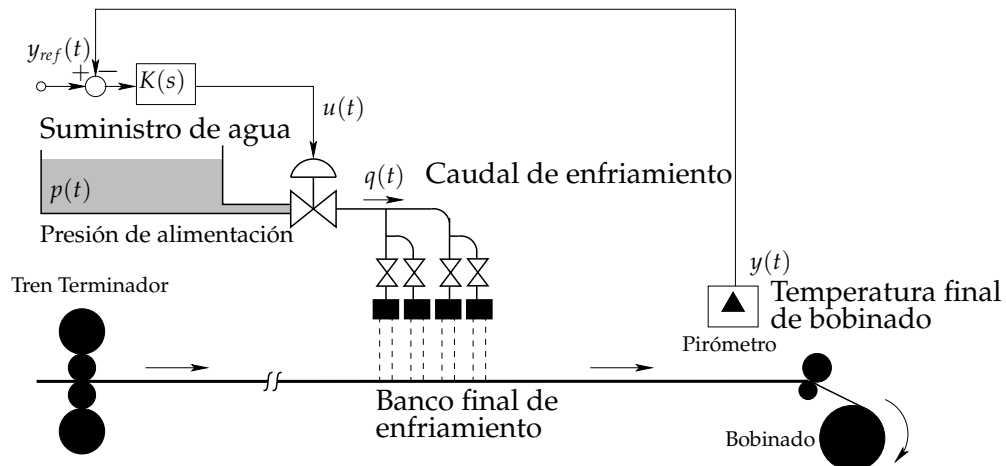


Figura 12: Control simple de temperatura de bobinado

En el esquema simple de la Figura 12, la temperatura de bobinado  $y(t)$  se controla mediante la regulación del caudal  $q(t)$  de agua que alimenta el banco final de enfriamiento. La regulación del caudal  $q(t)$  se realiza mediante una válvula alimentada desde un tanque que suministra el agua de enfriamiento a todo el tren de laminación. Una de las dificultades en este sistema de control es que la presión  $p(t)$  de alimentación varía. Esta variación afecta el control de temperatura, ya que para una misma señal de control  $u(t)$ , el caudal de enfriamiento  $q(t)$  varía si varía  $p(t)$ .

Si podemos medir el caudal  $q(t)$ , una solución para atenuar el efecto de las variaciones de  $p(t)$  sobre  $y(t)$  es agregar un lazo adicional para regular  $q(t)$  al valor de referencia  $q_{ref}(t)$ , generado por el primer controlador  $K_1(s)$ .

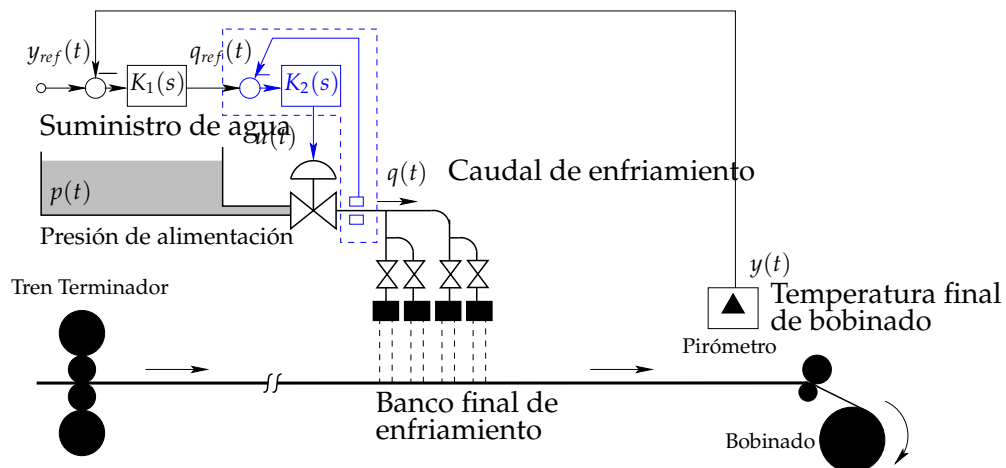


Figura 13: Control en cascada de temperatura de bobinado

Esta estructura de doble lazo se resume en la Figura 14

La generalización de la idea ilustrada por el diagrama de bloques de la Figura 14 nos lleva a la estructura de la Figura 15. En la estructura de la Figura 15 la planta se presenta desglosada en dos partes,  $G_{01}(s)$  y  $G_{02}(s)$ , según donde afecte la perturbación. A su vez,  $G_{02}(s)$  puede desglosarse en  $G_{02a}(s)$  y  $G_{02b}(s)$ , dependiendo de cual sea la señal que puede medirse para construir el lazo secundario.

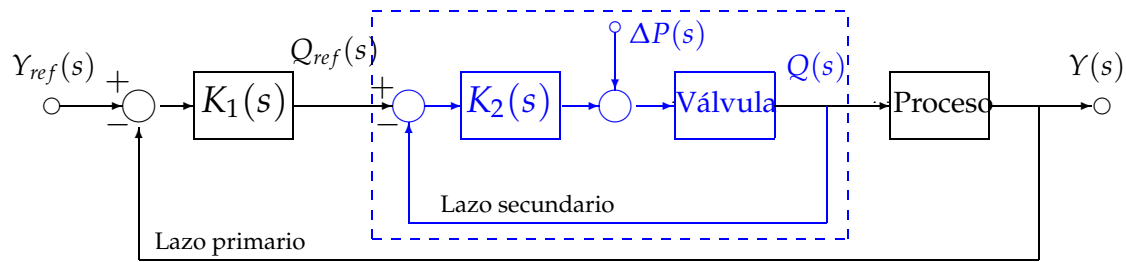


Figura 14: Estructura de doble lazo del control del Ejemplo 5

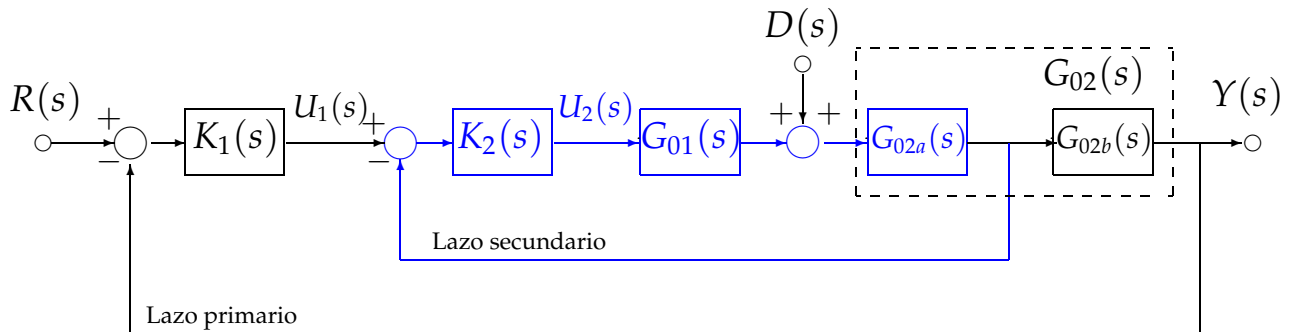


Figura 15: Estructura general del control en cascada

Los principales beneficios del control en cascada se obtienen

- (i) cuando  $G_{02a}(s)$  tiene alinealidades significativas que limiten el desempeño del lazo, o
- (ii) cuando  $G_{02b}(s)$  impone limitaciones al ancho de banda en una estructura de control básica.

El caso (ii) se da, por ejemplo, cuando  $G_{02b}(s)$  tiene ceros de fase no mínima o retardos de transporte, como viéramos en el Capítulo 7 de la asignatura.

El diseño puede separarse en dos etapas:

1. **Lazo secundario.** Diseñamos  $K_2(s)$  para atenuar la perturbación  $D(s)$ , tomando la planta equivalente  $G_{01}(s)G_{02a}(s)$ . Así obtenemos funciones de sensibilidad y sensibilidad complementaria para el lazo secundario

$$S_{02}(s) = \frac{1}{1 + G_{01}(s)G_{02a}(s)K_2(s)}, \quad T_{02}(s) = \frac{G_{01}(s)G_{02a}(s)K_2(s)}{1 + G_{01}(s)G_{02a}(s)K_2(s)}.$$

Con estas definiciones, la salida  $Y(s)$  en la Figura 15 resulta

$$Y(s) = G_{02}(s)S_{02}(s)D(s) + G_{02b}(s)T_{02}(s)U_1(s). \quad (2.5)$$

Comparada con la expresión de  $Y(s)$  que tendríamos en un lazo simple de control,

$$Y(s) = G_{02}(s)D(s) + G_0(s)U(s),$$

vemos en la ecuación (2.5) que la perturbación  $D(s)$  aparece *precompensada* por  $S_{02}(s)$ . Así, podríamos esperar una respuesta transitoria mejorada aún antes de diseñar  $K_1(s)$ .



2. **Lazo primario.** Una vez diseñado  $K_2(s)$  para atenuar el efecto de  $D(s)$ , el controlador primario  $K_1(s)$  puede diseñarse tomando como planta equivalente  $T_{02}(s)G_{02b}(s)$ .

**Ejemplo 6 (Diseño de control en cascada).** Consideremos una planta  $G_0(s) = G_{01}(s)G_{02}(s)$ , donde

$$G_{01}(s) = \frac{1}{s+1}, \quad G_{02}(s) = \frac{e^{-s}}{2s+1} = \underbrace{1}_{G_{02a}(s)} \times \underbrace{\frac{e^{-s}}{2s+1}}_{G_{02b}(s)}.$$

Comenzamos con el controlador secundario. La planta que ve este controlador es  $G_{01}(s)G_{02a}(s) = \frac{1}{s+1}$ . A fin de atenuar perturbaciones constantes a la salida de  $G_{01}(s)$ , elegimos una estructura PI

$$K_2(s) = \frac{k_{p2}(s+k_i)}{s}.$$

Elegimos forzar la cancelación del factor  $(s+1)$  en el denominador de la planta, proponiendo como polinomio deseado  $A_{lc}(s) = (s+1)(s+8)$ . El controlador obtenido luego de resolver la ecuación diofantina correspondiente es

$$\boxed{K_2(s) = \frac{8(s+1)}{s}}, \quad \text{que da } T_{02}(s) = \frac{8}{s+8}.$$

Ahora pasamos al diseño del controlador primario, que ve una planta equivalente

$$G_{eq}(s) = T_{02}(s)G_{02b}(s) = \frac{8e^{-s}}{(2s+1)(s+8)}.$$

Proponemos un controlador con predictor de Smith, que es aplicable pues  $G_{eq}(s)$  es estable. Así, para diseñar  $K_1(s)$  ignoramos el factor  $e^{-s}$ , que será tenido en cuenta por el predictor.

Para el diseño de  $K_1(s)$  la planta es entonces  $\frac{4}{(s+8)(s+1/2)}$ . El método de asignación de polos requiere un polinomio a lazo cerrado deseado de orden 3. Para simplificar el cálculo forzamos la cancelación del factor  $(s+1/2)$ , con lo cual el orden del polinomio deseado se reduce a 2.

Veamos si podemos usar otro PI para  $K_1(s)$ . La restricción es que ya tendríamos asignado el cero, es decir,

$$K_1(s) = \frac{k_{p1}(s+1/2)}{s}.$$

Simplificando  $(s+1/2)$ , la ecuación diofantina reducida resulta

$$s(s+8) + 4k_{p1} = s^2 + a_1s + a_0. \quad (2.6)$$

Vemos que (2.6) tiene solución si tomamos  $a_1 = 8$ . Con  $a_0 = 36$  obtenemos polos complejos conjugados con velocidad y amortiguamiento aceptables, así que para poder usar nuestro segundo PI elegimos entonces el polinomio deseado  $A_{lc}(s) = s^2 + 10s + 36$ . de donde obtenemos  $p_0 = 9$ , y así

$$\boxed{K_1(s) = \frac{9(s+1/2)}{s}}$$

Para estudiar el desempeño de este esquema de control en cascada, construimos el diagrama de la Figura 16 y lo simulamos en SIMULINK a una entrada de referencia escalón unitario aplicada en  $t = 0$ , y una perturbación escalón unitario aplicada en  $t = 5$ . La Figura 17 muestra la respuesta del sistema. Vemos como se atenúa significativamente la perturbación, manteniendo el seguimiento

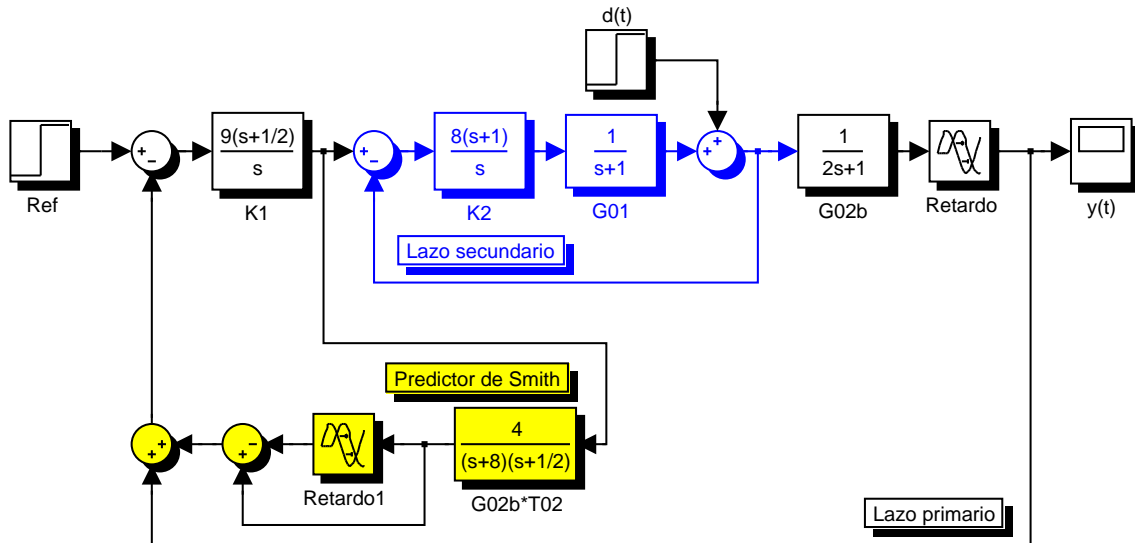


Figura 16: Diagrama de bloques SIMULINK del Ejemplo 6

asintótico de la referencia. Es posible una mayor flexibilidad en el diseño, por ejemplo para lograr menor sobrevalor y/o mayor rapidez en la respuesta si no nos restringimos a usar dos controladores PI.

Notar que aunque la acción integral del PI secundario rechaza perturbaciones constantes en el lazo secundario, **no** garantiza el seguimiento de referencias constantes en el lazo primario.

## 2.7 Resumen de la Sección

Concentramos la discusión en tres «aditivos», al lazo de control básico, con alto valor práctico:

- **Control basado en el Principio del Modelo Interno**, que utiliza el modelado interno de perturbaciones y referencias.
- **Control en avance**, usando inyección de referencias, con *estructuras de 2 grados de libertad*, e inyección de perturbaciones medibles, con *estructuras de 2 y 3 grados de libertad*.
- **Control en cascada**, que permite el diseño de lazos anidados para rechazar perturbaciones por realimentación. Aplicable cuando pueden obtenerse mediciones de variables adicionales de proceso.

### Modelos de señales.

- Ciertas señales pueden modelarse utilizando los *polinomios generadores* de sus transformadas de Laplace,

Señal	Polinomio generador
Constantes	$s$
Rampas	$s^2$
Sinusoides	$s^2 + \omega^2$

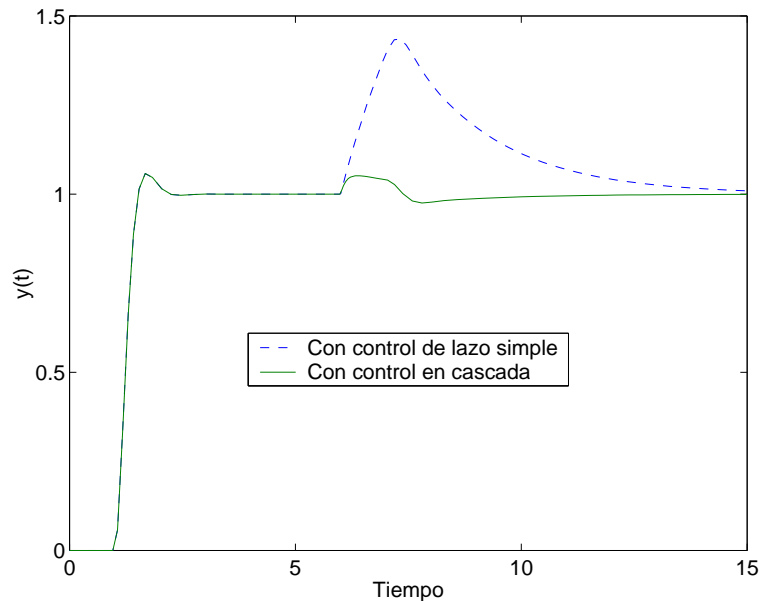


Figura 17: Respuesta del sistema a lazo cerrado del Ejemplo 6

- Estas señales «modelizables» pueden seguirse (referencias) o rechazarse (perturbaciones) asintóticamente si y sólo si el numerador de la función de sensibilidad  $S_0(s)$  del lazo contiene el correspondiente *polinomio generador*.
- Esto es equivalente a estabilizar, en la planta, dinámica (inestable) ficticia que representa a estas señales.
- El controlador basado en el PMI, tiene una complejidad adicional acorde a las señales a seguir o rechazar.

### Inyección de referencia

- Es una técnica muy efectiva para mejorar la respuesta transitoria a cambios en la entrada de referencia, utilizando un filtro de *precompensación*  $H(s)$ , Figura 5.
- La estructura de control con lazo de realimentación y precompensador es de 2 *grados de libertad*, ya que el precompensador da una libertad extra de diseño.
- Si existe ruido de medición no despreciable, no debe diseñarse el lazo con un ancho de banda excesivamente grande. En esta situación, la respuesta a la referencia puede acelerarse mediante el filtro de precompensación.
- Por otra parte, si la referencia contiene armónicas de alta frecuencia (como un cambio escalón), podría utilizarse el filtro precompensador para evitar que éstas exciten incertidumbres y actuadores innecesariamente.
- Notar que el precompensador, por estar a lazo abierto, no puede compensar modos inestables o errores de modelado, que deben atacarse con el compensador en realimentación.

### Inyección de perturbaciones medibles

- Las perturbaciones que pueden efectivamente medirse pueden compensarse mediante su inyección filtrada en un esquema a veces llamado de *1-3 grados de libertad* — el precompensador de inyección de referencia es el «grado 2», Figura 9.
- El prefiltro  $G_f(s)$  es una *inversa parcial aproximada* de la planta, y debe ser estable.

### Control en cascada

- Es una estrategia en realimentación que requiere una medición adicional de una variable de proceso. No es necesario medir directamente la perturbación, por lo que es útil cuando resulta caro o difícil medirla, Figura 11.
- La existencia de ruido de medición en el lazo secundario debe tenerse en cuenta en el diseño, ya que puede introducir limitaciones adicionales al sistema.
- Aunque requiere de **inversión parcial** de la planta — igual que el control con inyección de referencia — el control en cascada es menos sensible a errores de modelado, porque la inversión se hace por realimentación.

## 3 Manejo de Restricciones

Un problema inevitable en la mayoría de los problemas de control prácticos es la existencia de limitaciones en los actuadores. Como viéramos en el Capítulo 7 de la asignatura, estas limitaciones pueden ser en

- máximos o mínimos rangos de *actuación*, o
- máximos rangos de *velocidad de actuación*.

Si estas limitaciones se ignoran en la etapa de diseño, el desempeño real del sistema de control puede sufrir una severa degradación respecto al esperado si la señal de control alcanza sus límites.

Hay dos formas de encarar este problema:

- reducir los requerimientos en el desempeño deseado, de modo que el controlador lineal nunca supere sus límites, o
- modificar el diseño para tener en cuenta las limitaciones de actuación.

En esta sección daremos un método que sigue el enfoque (ii). Este método funcionará aceptablemente si la señal de control requerida no excede en más de un 100% los límites admisibles (saturación moderada). De otro modo, posiblemente se necesite cambiar el actuador en cuestión por uno de mayor prestación.

### 3.1 *Wind-up*

Uno de los principales efectos indeseables de la saturación en la actuación es que cualquier integrador del controlador (suponiendo hay alguno, como sucede con controladores de la familia PID) continuará integrando aún mientras la entrada se encuentra saturada. Así, el estado del integrador en cuestión puede alcanzar valores excesivos, que deteriorarán la respuesta transitoria del sistema, generalmente produciendo grandes sobrevalores. Este

efecto se denomina *integrator wind-up* («enrolle» o «embale» del integrador). Veamos un ejemplo concreto.

**Ejemplo 7 (Wind-up de integración).** Sea el modelo de una planta

$$G_0(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)}$$

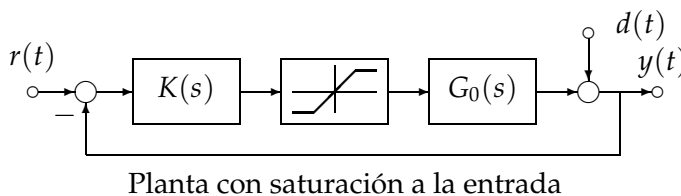
para la cual se diseñó el controlador PID

$$K(s) = \frac{50(s+1)(s+2)}{s(s+13)},$$

para lograr una sensibilidad complementaria deseada

$$T_0(s) = \frac{100}{s^2 + 13s + 100}.$$

La entrada de la planta satura cuando se encuentra fuera del rango  $[-3, 3]$ .



Supongamos que se aplica al sistema a lazo cerrado una señal de referencia escalón unitario  $r(t) = 1$  en  $t = 1$ , y un escalón de perturbación de salida negativo  $d(t) = -1$  en  $t = 10$ .

La Figura 18 muestra que la planta presenta una respuesta transitoria indeseable cuando existen limitaciones en la actuación inconsistentes con el ancho de banda demandado.

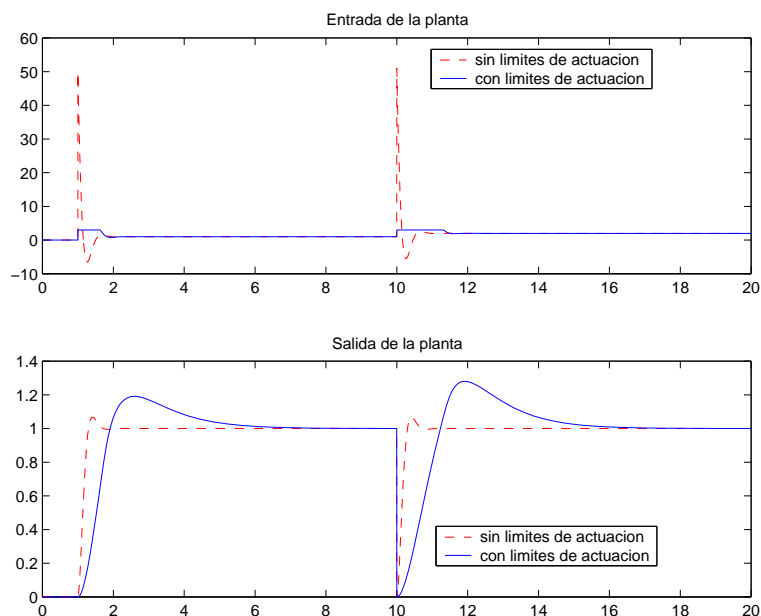


Figura 18: Respuesta con y sin limitaciones de actuación

Comparando con la respuesta del sistema sin limitaciones, vemos que el deterioro se debe a los límites a la entrada de la planta. El escalón en la referencia produce una demanda instantánea de 50 en la salida del controlador, pero la planta sólo admite 3, por lo que ocurre saturación. El diseño lineal de  $K(s)$  no tiene en cuenta este fenómeno.

### 3.2 Compensación anti-wind-up

Hay muchas alternativas para evitar el windup de los integradores. Todas ellas se basan en tratar que los estados del controlador tengan las siguientes propiedades claves:

- (i) deben estar conducidos por la *verdadera* entrada (es decir, la limitada) del sistema;
- (ii) deben tener una respuesta acotada cuando la entrada de la planta satura en los límites de actuación.

Es particularmente fácil lograr estas propiedades si el controlador es bipropio y de fase mínima. Para ver cómo, escribimos la función transferencia del controlador  $K(s)$  en la forma

$$K(s) = K_\infty + \bar{K}(s),$$

donde  $K_\infty = \lim_{s \rightarrow \infty} K(s)$ , y  $\bar{K}(s)$  es estrictamente propia. Consideremos ahora el lazo en realimentación de la Figura 19.

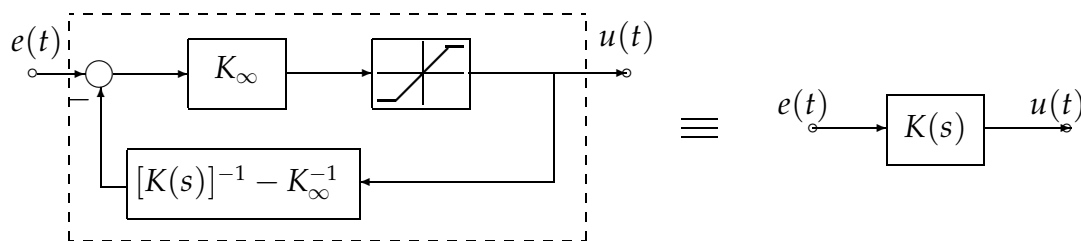


Figura 19: Implementación en realimentación de  $K(s)$  bipropio

La función transferencia desde  $e(t)$  a  $u(t)$  es  $K(s)$

$$\begin{aligned} \frac{U(s)}{E(s)} &= \frac{K_\infty}{1 + ([K(s)]^{-1} - K_\infty) K_\infty} \\ &= \frac{K_\infty}{[K(s)]^{-1} K_\infty} = K(s). \end{aligned}$$

Dado que  $[K(s)]^{-1}$  es estable si  $K(s)$  es de fase mínima, el bloque  $[K(s)]^{-1} - K_\infty^{-1}$  en el lazo de realimentación de la Figura 19 resulta estable. Además, notemos que este bloque contiene *toda la dinámica* del controlador.

Para que se cumplan con las propiedades claves (i) y (ii) que compensan el efecto *wind-up*, todo lo que hay que hacer es asegurarse que la entrada  $u(t)$  que *realmente* recibe la planta sea la misma que entra al bloque  $[K(s)]^{-1} - K_\infty^{-1}$  en el lazo de realimentación de la Figura 19.

Vamos a considerar dos casos de limitación en actuación (ambas dan origen al efecto de wind-up de integradores):

- limitación en amplitud, o *saturación*, y
- limitación en velocidad, o *slew-rate*.

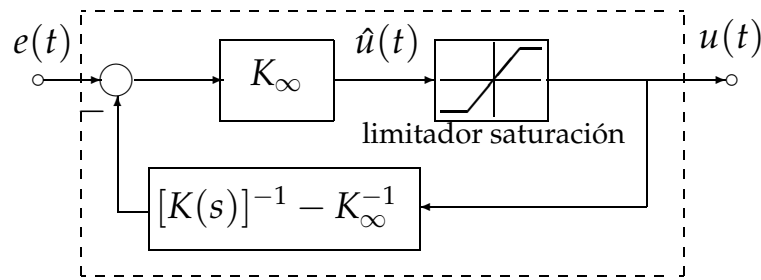


Figura 20: Controlador compensado para saturación

### 3.3 Esquema anti-wind-up para saturación

La compensación de *wind-up* por saturación se logra simplemente incluyendo un *limitador saturación*, correspondiente a la limitación real del actuador, en el lazo directo del diagrama de la Figura 19, como se ve en la Figura 20.

De este modo, si la señal de control  $\hat{u}(t)$  satura el actuador, los estados del controlador «se enteran», ya que están conducidos por la entrada efectiva a la planta  $u(t)$ . Si la señal de control  $\hat{u}(t)$  no satura, el diagrama de bloques de la Figura 20 es equivalente a  $K(s)$ .

El limitador saturación se define por

$$u(t) = \text{sat}(\hat{u}(t)) = \begin{cases} u_{\max} & \text{si } \hat{u}(t) > u_{\max}, \\ \hat{u}(t) & \text{si } u_{\min} \leq \hat{u}(t) \leq u_{\max}, \\ u_{\min} & \text{si } \hat{u}(t) < u_{\min}. \end{cases}$$

Con SIMULINK podemos usar el bloque *saturation* en la librería *Nonlinear* para implementar la compensación de la Figura 20. Sus parámetros son los límites máximo y mínimo de amplitud.

**Ejemplo 8.** Volvemos al sistema de control del Ejemplo 7. Sin embargo, esta vez implementamos el controlador en la forma de la Figura 20, que en este caso resulta

$$K_{\infty} = 50, \quad [K(s)]^{-1} - K_{\infty}^{-1} = \frac{(10s - 2)}{50(s + 1)(s + 2)}$$

Simulamos el sistema con y sin compensación anti-wind-up usando el diagrama SIMULINK de la Figura 21, obtenemos la respuesta de la Figura 22, notablemente mejorada respecto del caso no compensado.

### 3.4 Esquema anti-wind-up para slew-rate

El *slew-rate* es una limitación en la máxima velocidad  $\dot{u}(t)$  que el actuador puede seguir. Es, en definitiva, una saturación en velocidad.

En forma similar al caso de saturación, para compensar *slew-rate*, simplemente debemos incluir un **limitador slew-rate**, correspondiente a la limitación real del actuador, en el lazo directo del diagrama de la Figura 19, como se ve en la Figura 23.

El limitador *slew-rate* se define por

$$\dot{u}(t) = \text{sat}(\dot{\hat{u}}(t)) = \begin{cases} \sigma_{\max} & \text{si } \dot{\hat{u}}(t) > \sigma_{\max}, \\ \dot{\hat{u}}(t) & \text{si } \sigma_{\min} \leq \dot{\hat{u}}(t) \leq \sigma_{\max}, \\ \sigma_{\min} & \text{si } \dot{\hat{u}}(t) < \sigma_{\min}. \end{cases}$$

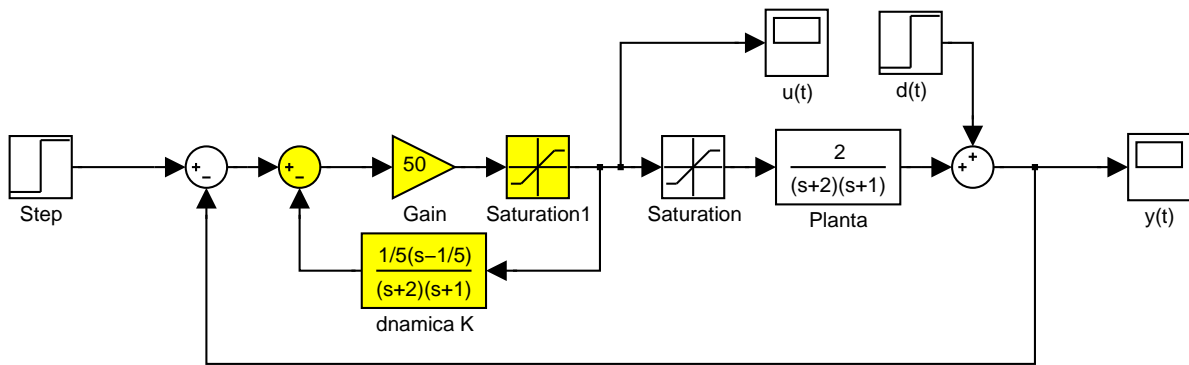


Figura 21: Diagrama Simulink del Ejemplo 8

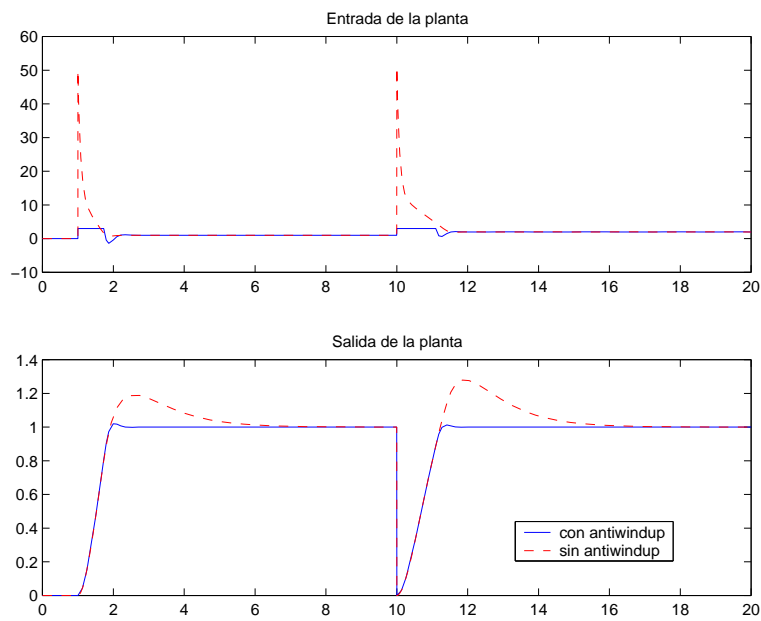


Figura 22: Respuesta del sistema del Ejemplo 8 con y sin AW

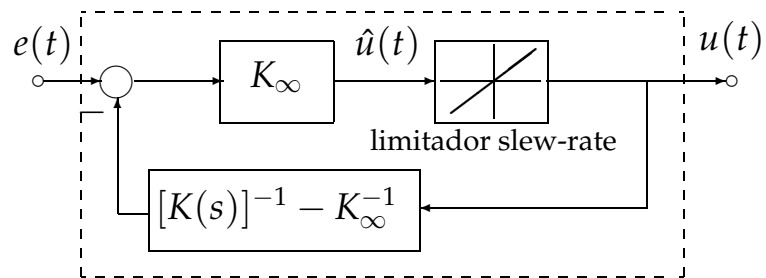


Figura 23: Controlador compensado para slew-rate



Con SIMULINK podemos usar el bloque `rate-limiter` en la librería *Nonlinear* para implementar la compensación de la Figura 23. Sus parámetros son los límites  $\sigma_{\max}$  y  $\sigma_{\min}$ .

Fuera de SIMULINK, el limitador *slew-rate* es más difícil de implementar que el limitador saturación, pero puede aproximarse usando la aproximación de Euler de la derivada,

$$\dot{u}(t) \approx \frac{u(t) + u(t - \Delta)}{\Delta},$$

con un bloque como el ilustrado en la Figura 24. La Figura 25 muestra un bloque con limitador saturación y *slew-rate* combinados.

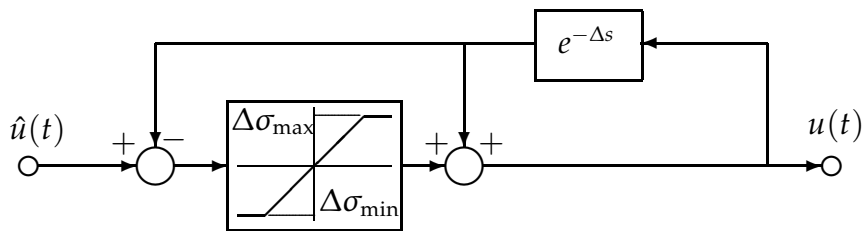


Figura 24: Modelo de limitador *slew rate*

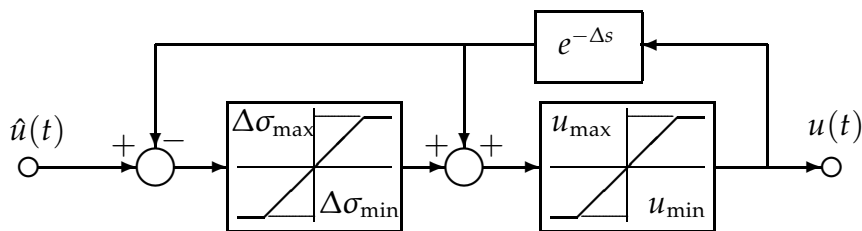


Figura 25: Modelo de limitador combinado saturación-*slew rate*

### 3.5 Conclusiones

En esta sección consideramos el problema de compensación de limitaciones de actuación:

- limitación en amplitud, o *saturación*, y
- limitación en velocidad, o *slew-rate*.

Hay dos formas básicas de atacar el problema de las limitaciones de actuación,

- realizar el diseño de modo que las limitaciones nunca se alcancen (conservador),
- realizar un diseño que tenga en cuenta las limitaciones.

Nosotros hemos presentado una forma de realizar la segunda opción como compensación *anti-wind-up* que se agrega a un controlador bipropio y de fase mínima ya diseñado.

## 4 Aspectos Operacionales

En la práctica todos los controladores PID pueden ejecutarse en dos modos: manual y automático. El controlador tiene también parámetros que pueden ser ajustados en funcionamiento. Cuando se produce un cambio en el modo o en los parámetros, es esencial evitar los transitorios debidos al cambio. La forma en que se hacen los cambios de modos o modificación de los parámetros dependen de la estructura elegida para el controlador.

### 4.1 Bumpless Transfer

Dado que el controlador es un sistema dinámico, es necesario asegurarse que el estado del sistema es correcto cuando se cambia el controlador entre modo manual y automático. Cuando el sistema está en el modo manual, el controlador produce una señal de control que puede ser diferente a la señal de control generada manualmente. Es necesario asegurarse que el valor del integrador es el correcto en el momento del cambio. Esto se llama *bumpless transfer*.

*Bumpless transfer* es fácil de obtener para un controlador en la forma incremental (la acción integral aparece fuera del algoritmo de control, de esta forma la salida del controlador representa incrementos de la señal de control), lo que se puede apreciar en la Figura 26 (a). Al integrador le llega un cambio, por lo que las señales son elegidas tanto de incrementos manuales como automáticos. Dado que el cambio solo influye en los incrementos, no habrá ningún transitorio grande. Un esquema relacionado para un algoritmo de posición o absoluto (la salida del controlador es el valor absoluto de la señal de control) se muestra en la Figura 26 (b). En este caso, la acción integral es realizada como una realimentación positiva de un sistema de primer orden. La función transferencia de  $v$  a  $u$  es

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1+sT'_i}} = \frac{1 + sT'_i}{sT'_i}$$

El sistema puede también estar provisto de una protección *anti-windup*, como muestra la Figura 26 (c). Una desventaja con este esquema es que el controlador PID deberá ser de la forma

$$K(s) = K' \frac{(1 + sT'_i)(1 + sT'_d)}{sT'_1}$$

que es menos general al visto en clase. Esquemas más elaborados deben ser utilizados para controladores PID, dicho controlador es armado con un módulo de control manual y un módulo PID, ambos con integrador. Ver Figura 27.

Veamos un ejemplo para ver cómo podemos elegir el estado del controlador cuando cambiamos de manual a automático para que la actuación no produzca un salto.

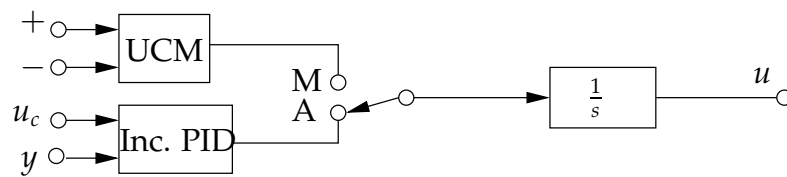
**Ejemplo 9.** Tomemos un controlador PI de la forma

$$K_{PI} = K_p + \frac{K_I}{s}$$

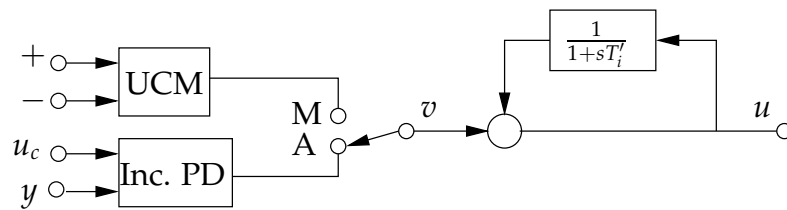
que tiene como realización digital la siguiente ecuación en diferencias

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \Delta K_i e_k \\ u_k &= K_p e_k + x_k \end{aligned}$$

(a)



(b)



(c)

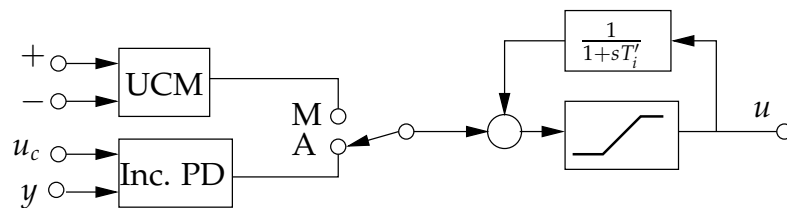


Figura 26: Controladores con *bumpless transfer* desde modo manual a automático. El controlador en (a) es incremental. El controlador en (b) (c) son formas especiales de algoritmos de posición. El controlador en (c) tiene anti-windup. (UCM = Unidad de Control Manual)

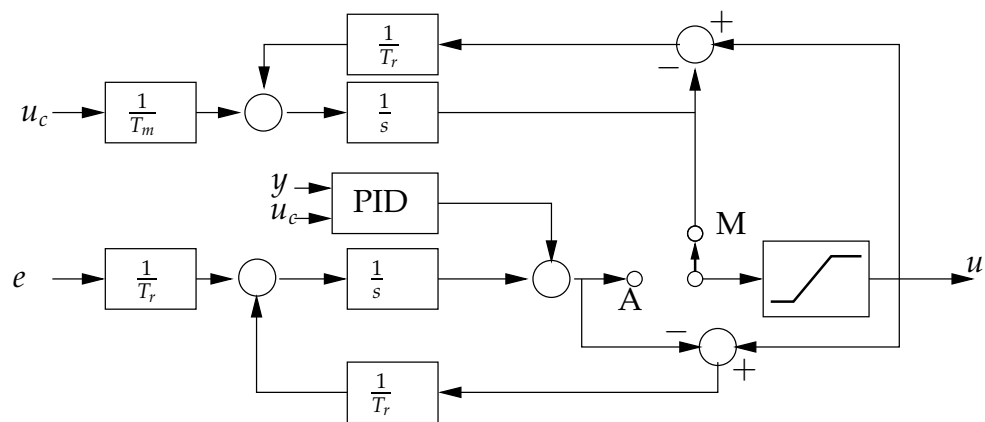


Figura 27: Controladores PID con *bumpless transfer*

Supongamos que el valor del control manual es  $u_{man}$  y el error del controlador es  $e_{man}$  justo antes del cambio, el estado del controlador deberá tomarse como

$$x_{bumpless} = u_{man} - K_p e_{man}$$

## 4.2 Bumpless debido al cambio de los parámetros

Un controlador es un sistema dinámico. Un cambio en los parámetros de un sistema dinámico ocasionará, naturalmente, cambios a la salida, aún cuando la salida se mantenga constante. En algunos casos los cambios en la salida pueden ser evitados por un cambio simultáneamente en los estados del sistema.

Con un controlador PID es natural requerir que no se produzcan cambios drásticos en la salida si se cambian los parámetros cuando el error es cero. Esto valdrá, para todos los algoritmos incrementales, porque la salida de un algoritmo incremental es cero cuando la entrada es cero sin importar el valor de los parámetros. También valdrá para algoritmos absolutos con la estructura que muestran las Figuras 26 (b) y (c).

## Referencias

- [1] Karl J. Aström and Björn Wittenmark. *Computer Controlled Systems, Theory and design*. Prentice Hall, 1997.
- [2] Graham C. Goodwin, Stefan F. Graebe, and Mario E. Salgado. *Control System Design*. Prentice Hall International, 2001.