1. Obtener un modelo matemático del sistema masa-resorte-amortiguador montado sobre un carro, Figura 1 suponiendo que éste está inmóvil para todo $t < 0$, En este sistema, $u(t)$ es una velocidad externa impuesta al carro — entrada del sistema, que comienza a actuar en $t = 0$.

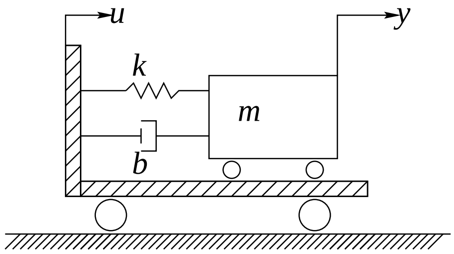

Figura 1: Sistema masa-resorte-amortiguador en un carro

2. Escriba las ecuaciones diferenciales para el sistema mecánico de la Figura 2. Obtenga la función transferencia desde y a x_1 y x_2 para dicho sistema.

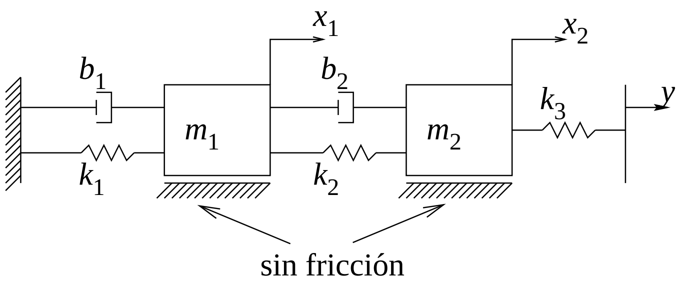

Figura 2: Sistema mecánico con una entrada y dos salidas

3. Obtener las ecuaciones dinámicas que describen el comportamiento del sistema de la Figura 3. Calcular la función transferencia tomando la salida $v(t)$.

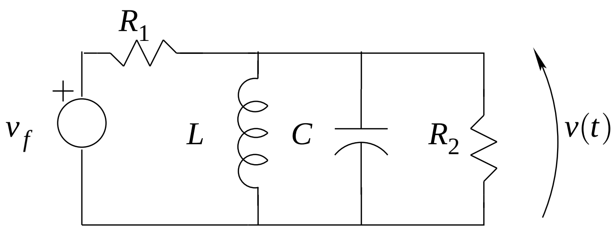

Figura 3: Circuito eléctrico

4. Obtener el modelo del amplificador operacional estándar que se muestra en la Figura 4, cuya ley viene dada por $v_o = -A_o v_1$

5. Obtener el modelo del control de velocidad crucero, Figura 5, si despreciamos la inercia de las ruedas y suponiendo que el rozamiento se opone al movimiento del automóvil.

6. Obtener el modelo del sistema de suspensión para un autobús. Para simplificar el sistema utilizaremos solo una rueda ya que así el problema se reduce a un sistema unidimensional de resorte y amortiguador. La Figura 6 muestra un diagrama en bloques del sistema.

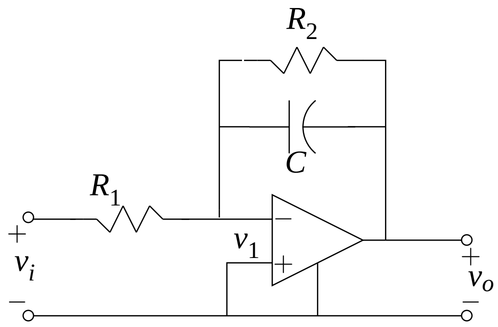

Figura 4: Circuito con amplificador operacional

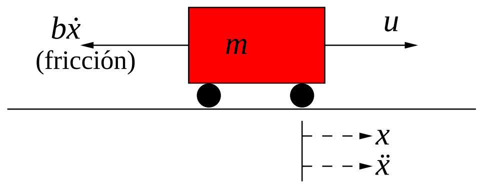

Figura 5: Sistema simplificado del control de velocidad crucero

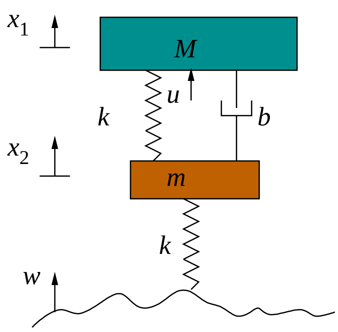

Figura 6: Sistema de suspensión de un autobús

7. Dado el modelo del motor de corriente continua cuyo circuito eléctrico del armadura y el diagrama del cuerpo libre del rotor se muestran en la Figura 7, verificar que el modelo resulta

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = Ki \tag{1}$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V - K\dot{\theta} \tag{2}$$

donde

- J: momento de inercia del rotor
- b: coeficiente de amortiguamiento
- $K = K_e = K_t$: constante de fuerza electromotriz
- R: resistencia eléctrica
- L: inductancia eléctrica
- V: entrada, fuente de voltaje

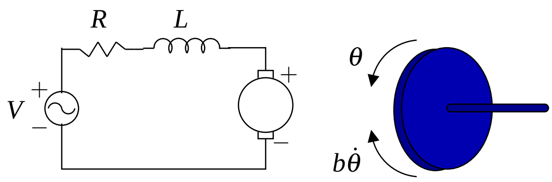

Figura 7: Motor de CC, circuito de armadura y rotor

8. (a) Calcule la función transferencia del diagrama de bloques mostrado en la Figura 8 mediante la reducción de bloques y por la regla de Mason.

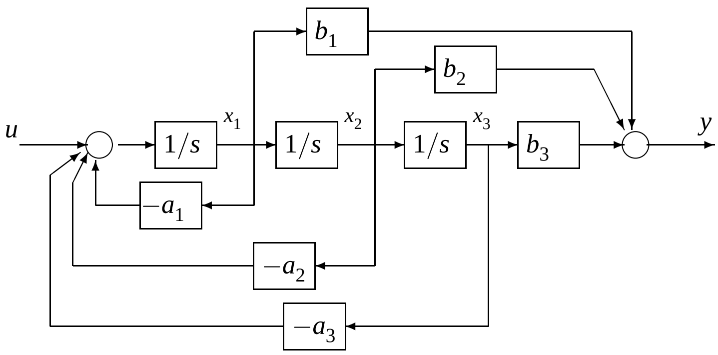

Figura 8: Diagrama de bloques

(b) Escriba la ecuación diferencial de tercer orden que relaciona y y u (*Sugerencia:* Considere la función transferencia).

(c) Escriba tres ecuaciones diferenciales de primero orden simultaneas (variables de estado) usando las variables x_1, x_2 y x_3 como se definieron en el diagrama de bloques de la Figura 8.

9. Encuentre las funciones de transferencia de los diagramas de bloques de la Figura 9 por reducción de bloques y por la regla de Mason.

10. Del Ejercicio 5, tomando

$$m = 1000\,kg$$
$$b = 50\,Nseg/m$$
$$u = 500\,N$$

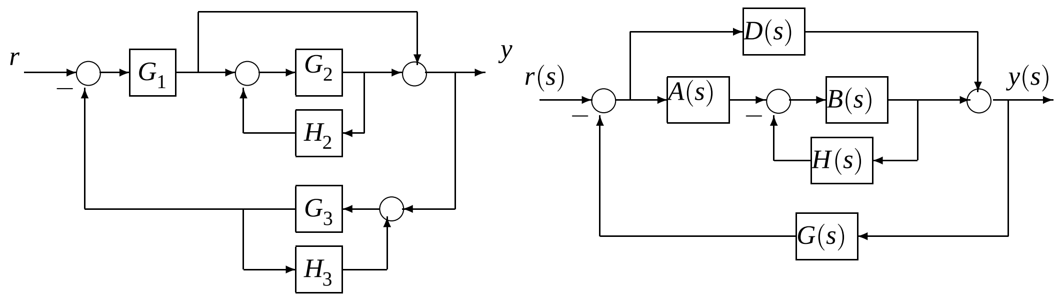

Figura 9: Diagrama de bloques

Calcular la respuesta al escalón $(0-500N)$. Analizar el sobrevalor y el tiempo de crecimiento.

11. Para el Ejercicio 7, tomando los valores

$$\begin{aligned} J &= 0{,}01\,Kg\,m^2/s^2 \\ b &= 0{,}1\,N\,m\,s \\ K = K_r = K_c &= 0{,}01\,N\,m/A \\ R &= 1\,\Omega \\ L &= 0{,}5\,H \end{aligned}$$

   (a) Calcular y graficar la respuesta al escalón.
   (b) Realimentar con ganancia unitaria y comparar los resultados.

12. Si en el Ejercicio 6, tomamos $\omega = 0$, $u = 0$ y $k_1 = k_2 = k$ y considerando como entrada a x_2 y salida x_1, tenemos como función trasferencia a

$$G(s) = \frac{sb+k}{m_1 s^2 + bs + k}$$

   (a) Analizar el comportamiento del vehículo cuando $x_2 = u(t)$ (siendo $u(t)$ la función escalón unitario), sabiendo que $k = 3000$, $m_1 = 2500$ y b toma los valores 500, 1000 y 2000. Calcular la respuesta para cada valor de b y graficarlas en la misma figura para comparar los distintos comportamientos.
   (b) Bajo las condiciones originales del problema de suspensión, 6, analizar la respuesta cuando no hay entrada $u = 0$ y solo excitamos al sistema con la perturbación escalón ($w = u(t)$).

13. (a) Dado el sistema de primer orden

$$G_1(s) = \frac{1}{Ts+1}$$

   Graficar la respuesta al escalón para los valores de T 5, 10 y 15. ¿Cómo afecta la *constante de tiempo*, T a la respuesta?

   (b) Si ahora tomamos el sistema de primer orden

$$G_2(s) = \frac{1}{s+T}$$

   Graficar la respuesta escalón para los mismos valores de T que anteriormente. Comparar los resultados.

   (c) Tomando a la función transferencia $G(s)$ de la Figura 10 como $G_1(s)$ y luego como $G_2(s)$ con $T = 5$ para ambos casos, calcular:

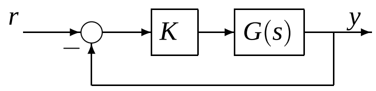

Figura 10: Sistema de primer orden a lazo cerrado

I. La respuesta al escalón suponiendo que $K = 0{,}5, 1, 2$ y 20 para G_1 y G_2. Calcular y_∞ para $K = 2$ y $K = 20$

II. En forma teórica, para qué valores de K el sistema a lazo cerrado 10 es estable.

(d) Simular a lazo abierto la transferencia

$$G(s) = \frac{1}{s(s+2)}.$$

Calcular la transferencia a lazo cerrado como muestra la Figura 11. Tomando $K = 2$ simular la respuesta al impulso. Calcular en forma teórica, el sobrevalor, la frecuencia natural de amortiguamiento y el valor en el régimen estacionario y marcarlos en el gráfico.

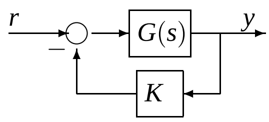

Figura 11: Sistema de segundo orden con un polo en el origen