

1. La ecuación que describe la dinámica del péndulo de la figura viene dada por

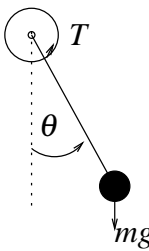
$$ml\ddot{\theta} = -mg \sin \theta - kl\dot{\theta} + \frac{T}{l}$$


Figura 1: Ecuación y gráfico del péndulo

donde m es la masa de la bola, l es la longitud del brazo, θ es el ángulo entre la vertical y el brazo, g es la aceleración de la gravedad, k es coeficiente de fricción y T es una entrada de control, una cupla.

Calcular el sistema linealizado alrededor del punto de operación $(\pi/4, 0)$. ¿En qué valor tendríamos que fijar a T para que sea un punto de equilibrio?. Simular ambos sistemas (lineal y no lineal) en SIMULINK.

2. Considerar el sistema con entrada $u(t)$ y salida $y(t)$, cuyo modelo (no lineal) viene dado por

$$\frac{dy(t)}{dt} + (2 + 0,1(y(t)^2))y(t) = 2u(t).$$

Supongamos que se lo asocia con el modelo (lineal) nominal dado por

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 2u(t).$$

Simular ambos sistemas y graficar el error de modelado para $u(t) = A \cos(0,5t)$, con $A = 0,1, 1,0$ y 10 .

¿Por qué el error de modelado crece cuando A crece?

3. Considerar el siguiente modelo en espacio de estados no lineal

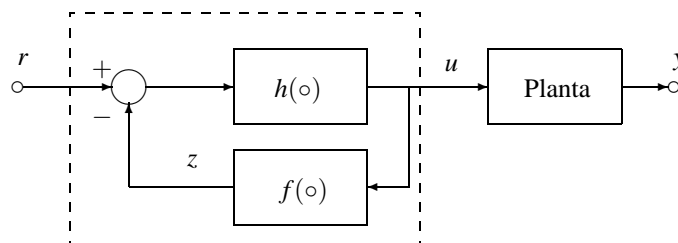
$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -2x_1(t) + 0,1x_1(t)x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) - 2x_2(t)(x_1(t))^2 \\ y(t) &= x_1(t) + (1 + x_2(t))^2 \end{aligned}$$

Construir un modelo de estados lineal alrededor del punto de operación dado por $u_Q = 1$

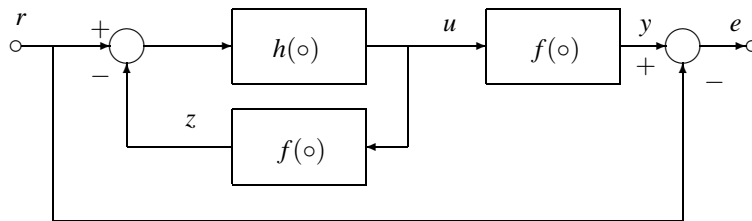
4. Considerar la planta no lineal cuyo modelo viene dado por

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + [1 + 0,2 \sin(y(t))] \frac{dy(t)}{dt} + 0,5y(t) = 3u(t) - \text{sign}(u(t)) \tag{1}$$

(a) Encontrar una inversa aproximada para esta planta utilizando la arquitectura mostrada en la figura, con $h(\circ)$ una ganancia no-dinámica lineal.



(b) Simular como se muestra en la figura



donde $f(o)$ denota la dinámica del sistema no lineal descrita en (1).

(c) Evaluar la calidad de la inversa, examinando e , utilizando el esquema de SIMULINK de la figura anterior. Utilizar ondas senoidales de frecuencia entre 0 a 0.5[rad/seg].

5. El robot mostrado en la Figura 2 tiene la ecuación diferencial de movimiento dada por la ecuación

$$\begin{aligned} (m_1 l_1^2 + I_1 + I_2 + m_2 d_2^2) \ddot{\theta}_1 + 2m_2 d_2 \dot{\theta}_1 \dot{d}_2 + (m_1 l_1 + m_2 d_2) g \cos \theta_1 &= \tau_1 \\ m_2 \ddot{d}_2 - m_2 d_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 g \sin \theta_1 &= \tau_2 \end{aligned} \tag{2}$$

donde m_1, m_2, I_1, I_2, l_1 y g son parámetros constantes. Las coordenadas variables son θ_1 y d_2 y son funcio-

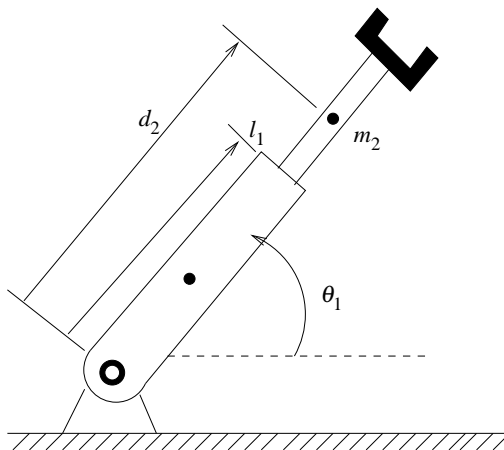


Figura 2: Brazo robótico

nes del tiempo. Las entradas son τ_1 y τ_2 . Si escribimos las ecuaciones de estado del sistema (2) tenemos:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{\tau_1 - 2m_2 d_2 x_2 x_4 - (m_1 l_1 + m_2 x_3) g \cos x_1}{m_1 l_1^2 + I_1 + I_2 + m_2 x_3^2} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{\tau_2}{m_2} - g \sin x_1 + x_3 x_2^2 \end{aligned} \tag{3}$$

Linealizar (3) alrededor del punto de equilibrio cuando $x_1 = 0$ y $x_3 = 3$.