1. La Figura 1 muestra el esquema de un sistema de suspensión magnética, en el que una bola de material ferromagnético de masa m se "levita" mediante la acción de un electroimán controlado por fuente de corriente. El movimiento de la bola está gobernado por la ecuación

$$\ddot{y}(t) - g + \frac{k}{m}\dot{y}(t) + \frac{L_0 a}{2m(a+y(t))^2} i^2(t) = 0,$$

donde g es la aceleración de la gravedad, $y(t)$ es la posición de la bola, e $i(t)$ la corriente de excitación del electroimán. Los parámetros L_0, k y a son constantes positivas.

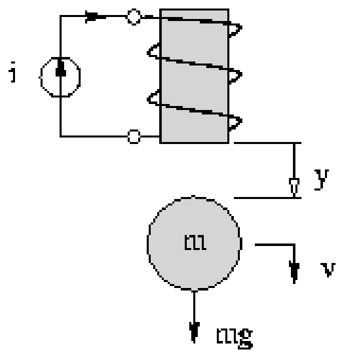

Figura 1: Sistema de suspensión magnética

10% (a) Determinar la corriente de excitación nominal $\bar{i}$ necesaria para que la bola quede suspendida en una posición nominal constante $y(t) \equiv \bar{y} > 0$.

10% (b) Obtener un modelo en ecuaciones de estado linealizado alrededor del punto de operación nominal dado por $y(t) \equiv \bar{y}$.

10% (c) Mostrar que el sistema linealizado es inestable para cualquier valor de los parámetros.

2. Para el sistema en tiempo discreto

$$x[k+1] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x[k] + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u[k]$$
$$y[k] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x[k] + u[k]$$

20% (a) Determinar estabilidad interna y estabilidad BIBO.

10% (b) ¿Existe respuesta en régimen permanente $y_{rp}[k]$ acotada a una entrada $u[k] = 3, \forall k \geq 0$? En caso afirmativo obtener $y_{rp}[k]$.

3. Una planta con matriz transferencia

$$G(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{s-2}{s} \\ \dfrac{1}{s^2+s} \end{bmatrix}$$

debe controlarse digitalmente, para lo cual se implementa un bloqueador de orden cero a la entrada con período de muestreo T.

20% (a) Obtener una realización en espacio de estados en tiempo continuo del sistema.

20% (b) Discretizar las ecuaciones de estado obtenidas en el punto anterior para derivar un modelo en espacio de estados discretizado exacto en los instantes de muestreo.