1. Los *tests de autovectores* de Popov-Belevitch-Hautus (PBH) dan condiciones necesarias y suficientes para la controlabilidad y observabilidad de un sistema lineal estacionario definido por (A, B, C).

   Test PBH de Controlabilidad. Un sistema lineal estacionario es controlable si y sólo si para todo *autovector izquierdo* v de A ($v^T A = \lambda v^T$) se cumple que $v^T B \neq 0$.

   Test PBH de Observabilidad. Un sistema lineal estacionario es observable si y sólo si para todo *autovector derecho* u de A ($Au = \lambda u$) se cumple que $Cu \neq 0$.

   (a) Usando el test PBH mostrar que la controlabilidad es una propiedad invariante con respecto a realimentación de estados: si el par (A, B) es controlable, entonces el par $(A + BK, B)$ es controlable para cualquier K.

   (b) Usando el test PBH mostrar que la observabilidad *no* es una propiedad invariante con respecto a realimentación de estados: si el par (A, C) es observable, el par $(A + BK, C)$ puede no ser observable para algún K.

   (c) Mostrar que el sistema SISO

   $$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + bu(t)\\ y(t) &= cx(t) + du(t)\end{aligned}$$

   es controlable y observable si y sólo si las matrices A y $\left[\begin{smallmatrix} A & b \\ c & d\end{smallmatrix}\right]$ no tienen autovalores comunes.

2. Para el sistema dado por las EE

   $$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 6 \\ -5 & -1 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)\\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} x(t)\end{aligned}$$

   (a) Determinar si es controlable y/u observable.

   (b) Transformarlo a la forma canónica de Jordan y determinar qué modos individuales son controlables y/u observables.

   (c) Encontrar la función transferencia y observar qué modos aparecen como polos.

3. Para el sistema del diagrama de bloques de la Figura 1, encontrar condiciones necesarias y suficientes para los valores de α, β, k_1, y k_2 para que el sistema sea controlable y observable.

4. Chequear controlabilidad y observabilidad de las discretizaciones con $T = 1$ y $T = \pi$ del sistema

   $$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)\\ y(t) &= \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} x(t).\end{aligned}$$

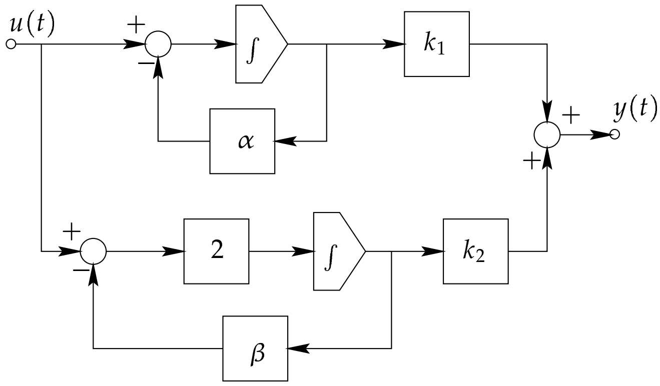

Figura 1: Sistema del Problema 3

5. Chequear controlabilidad y observabilidad del sistema

   $$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-t} \end{bmatrix} u(t)\\ y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & e^{-t} \end{bmatrix} x(t).\end{aligned}$$