1. **Restricciones de diseño inducidas por ceros de fase mínima no cancelados.** Considerar el esquema de control de un grado de libertad de la Figura 1, donde la transferencia de lazo abierto $\hat{L}(s) = \hat{G}(s)\hat{K}(s)$ tiene un cero de *fase mínima* en $s = -q, q > 0$ (por ejemplo, un cero estable de la planta que no es cancelado por el controlador). Asumir que el controlador estabiliza asintóticamente el sistema ubicando todos los polos de lazo cerrado en el semiplano $\{s : \operatorname{Re} s < -\sigma, \sigma > q\}$.

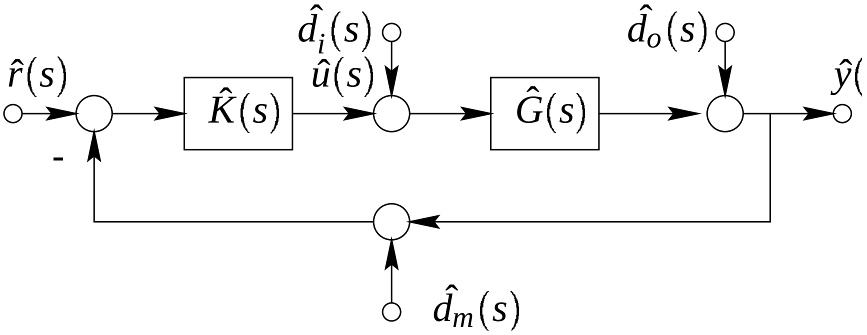


Figura 1: Estructura de control de un grado de libertad.

Bajo estas hipótesis:

(a) Mostrar que la transformada de Laplace $\hat{E}(s)$ del error en la respuesta al escalón unitario no tiene singularidades en $\operatorname{Re} s \geq -\sigma$.

(b) Mostrar que el error $e(t)$ en la respuesta al escalón unitario debe satisfacer la restricción integral

$$\int_0^\infty e^{qt} e(t)\, dt = -\frac{1}{q}. \qquad (1)$$

(c) Usando (1), mostrar que la respuesta al escalón del sistema debe tener sobrevalor si los polos a lazo cerrado se colocan todos a la izquierda de un cero estable (no cancelado). Obtener una cota inferior aproximada del sobrevalor asumiendo que la salida alcanza su valor final en el tiempo de establecimiento, $t_e \triangleq \min_\delta\{\delta : |e(t)| \approx 0\ \forall t \in [\delta, \infty)$, despreciando los transitorios en $[t_e, \infty)$ .

2. **Control del ángulo de elevación de un avión.**[1] El sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} + 0{,}313\alpha - \dot{\theta} - 0{,}232\delta &= 0 \\ \ddot{\theta} + 0{,}788\alpha + 0{,}426\dot{\theta} - 1{,}151\delta &= 0 \end{aligned} \qquad (2)$$

es un modelo simplificado del movimiento de un avión linealizado alrededor de un punto de operación. La variable $\alpha$ representa el ángulo de ataque del avión, $\theta$ es su ángulo de elevación con respecto a la horizontal, y $\delta$ es la inclinación del alerón elevador (variable de control). Los valores numéricos en (2) corresponden a un avión comercial Boeing (`http://www.engin.umich.edu/group/ctm/`).

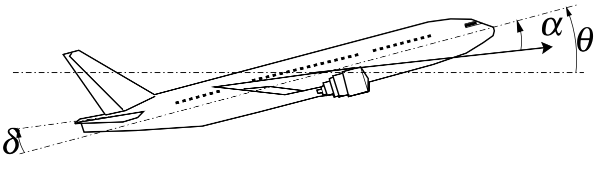


Figura 2: Control de ángulo de elevación

[1] Problema de examen final de Control 2 del 23/2/2000.

**Especificaciones de Diseño:** Se desea diseñar un controlador por realimentación para que la salida — el ángulo de elevación $\theta(t)$ — tenga una respuesta al escalón con un sobrevalor menor al 10 %, un tiempo de crecimiento menor a 2 segundos, un tiempo de establecimiento menor a 10 segundos, y un error estático menor al 2 %. Por ejemplo: si la entrada es un escalón de 0.2 rad (11 grados), entonces el ángulo de elevación no debe exceder 0.22 rad, alcanza 0.2 rad en menos de 2 segundos y entra en régimen estacionario en menos de 10 segundos con un valor entre 0.196 y 0.204 rad.

- Sobrevalor: menor que 10 %
- Tiempo de crecimiento: menor a 2 segundos
- Tiempo de establecimiento: menor a 10 segundos
- Error estático: menor que 2 %

*Sistema a lazo abierto*

(a) Escribir el modelo en espacio de estados del sistema en la forma

$$\dot{x} = Ax + Bu\,,$$
$$y = Cx + Du\,.$$

Analizar su estabilidad a lazo abierto y sus propiedades de controlabilidad y observabilidad. Obtener la función transferencia entre la entrada de control $\delta$ y el ángulo de elevación $\theta$ y analizar posibles limitaciones de diseño.

*Diseño por realimentación de estados*

(b) Diseñar la ganancia de realimentación de estados $K$ de la Figura 3 para que la salida del sistema $\theta$ satisfaga las especificaciones de diseño para un escalón en la referencia $r$. (Una vez que $K$ se ha ajustado para una respuesta dinámica satisfactoria, determinar la ganancia $N$ para compensar el error estático.)

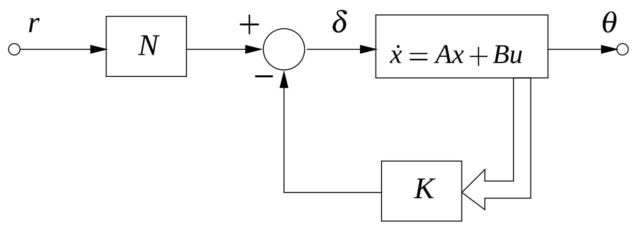


Figura 3: Esquema de realimentación de estados

Implementar el sistema en SIMULINK y graficar la respuesta del sistema a lazo cerrado a un escalón en la referencia de 0.2 rad, y a una perturbación de salida

$$d_o(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t < 10 \\ 0{,}05 & 10 \le t. \end{cases}$$

Discutir los resultados.

*Diseño por realimentación de estados con acción integral*

(c) Modificar el diseño de la Figura 3 como sea necesario para incorporar acción integral en la regulación de $\theta$, mejorando las propiedades de robustez y rechazo de perturbaciones. Recalcular las ganancias de realimentación para cumplir con las especificaciones de diseño.

*Diseño por realimentación de salida con acción integral*

(d) Suponer ahora que $\theta$ es la única variable medible del sistema. Diseñar un observador de estados para convertir el diseño del punto anterior en un controlador dinámico (sistema controlador-observador) por realimentación de salida. (**Nota:** para poder diseñar el observador podría ser necesario modificar la realimentación de estados $K$. ¿Por qué?)

(e) Implementar el esquema de controlador-observador en SIMULINK y repetir el ensayo del punto (b). Comparar los resultados.