1. La Figura 1 representa un horno, aislado longitudinalmente, pero expuesto a la temperatura ambiente T_{ext} en un extremo y calefaccionado en el otro extremo u. El horno posee tres puntos de medición, indicados como *"termocuplas"* para sensar las temperaturas x_1, x_2 y x_3.

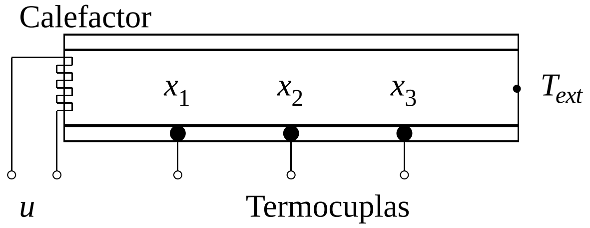

Figura 1: Horno

Un modelo de ecuaciones de estado aproximado, tomando como variables de estados x_1, x_2 y x_3, entrada u y entrada de perturbación T_{ext} es

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & -1 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & -3/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} T_{ext} \tag{1}$$

La Figura 2 muestra el diagrama de bloques del sistema (1) implementado en SIMULINK.

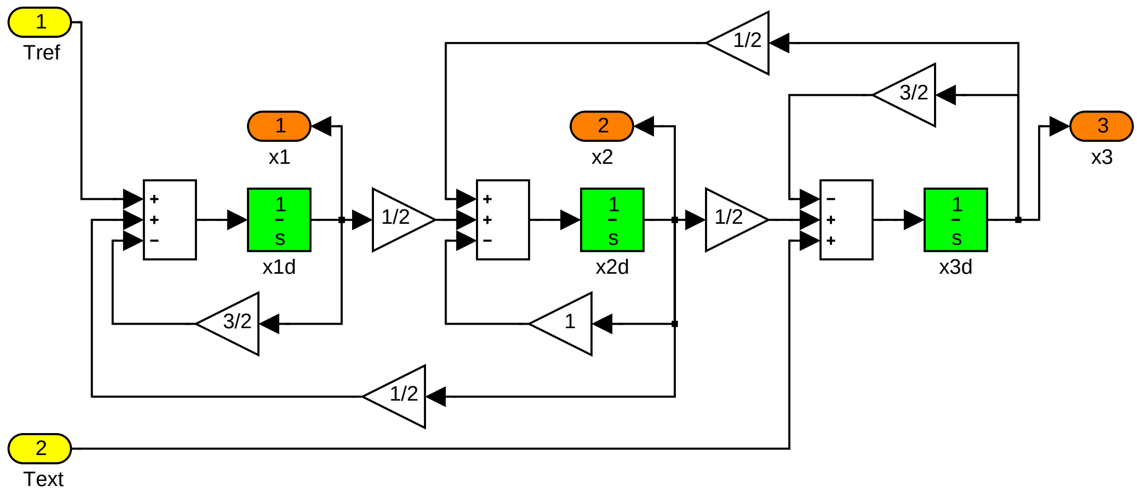

Figura 2: Diagrama de bloques del horno

(a) Analizar las posibles limitaciones que posee el sistema a lazo abierto.

(b) Diseñar un control para regular la temperatura x_3, para que con una temperatura de referencia $T_{ref} = 200^oC$ se satisfagan las siguientes especificaciones:

(i) Tiempo de establecimiento menor a 5 segundos.

(ii) Sobrevalor menor a 15%.

(iii) Cero error estático a una entrada T_{ref} escalón.

(iv) Cero error estático a una perturbación escalón $T_{ext} = 28^oC$.

(c) Un mejor modelo del horno incluye un retardo de 2 segundos. Rediseñar el control para contemplar el retardo. ¿Qué incertidumbre en el retardo tolera el control calculado?

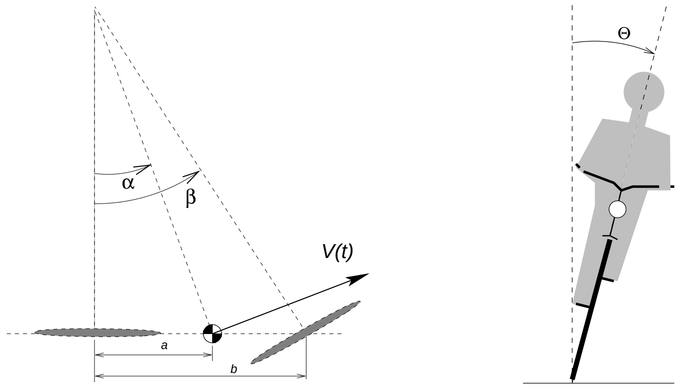

Figura 3: Ángulos y parámetros de la bicicleta

2. Retomando el ejemplo del control de una bicicleta, visto en la clase 12, Figura 3 vimos que la función transferencia linealizada del ángulo de inclinación respecto del ángulo del manubrio es

$$\frac{\theta(s)}{\beta(s)} = \frac{amlV_0}{bJ} \frac{s + \frac{V_0}{a}}{s^2 - \frac{mgl}{J}}. \tag{2}$$

Tomando

$$a = 0.4m \qquad l = 1.2m \qquad g = 9.8m/seg^2 \qquad V_o = 6.7m/seg$$
$$b = 0.7m \qquad m = 70kg \qquad J = 20.0kg.m^2$$

(a) Diseñar un control para estabilizar el ángulo θ con el mínimo sobrevalor posible.

(b) Demostrar que aunque ubiquemos los polos del sistema a lazo cerrado muy rápidos, siempre existirá sobrevalor. Sugerencia:

(i) Mostrar que para un sistema que a lazo abierto tiene un cero de *fase mínima* en $s = -q$ con $q > 0$, el error $e(t)$ en la respuesta al escalón unitario debe satisfacer la restricción integral

$$\int_0^\infty e^{qt} e(t)\, dt = -\frac{1}{q} \tag{3}$$

(ii) Usando (3), mostrar que la respuesta al escalón del sistema debe tener sobrevalor si los polos a lazo cerrado se colocan a izquierda de un cero estable a lazo cerrado (no cancelado) $\{s : \mathrm{Re}\, s < -\sigma, \sigma > q\}$. Obtener una cota inferior aproximada del sobrevalor, asumiendo que la salida alcanza su valor final en el tiempo de establecimiento, despreciando los transitorios en $[t_e, \infty]$.