

Motor de corriente continua

Introducción de un modelo en variable de estados en MATLAB

25 de septiembre de 2000

Modelo

El motor de corriente continua esquematizado en la Figura 1 puede representarse por el par de ecuaciones diferenciales

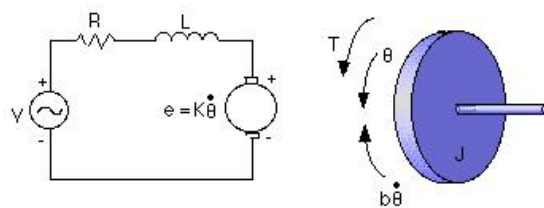


Figura 1: Motor de corriente continua

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = KI$$

$$L\dot{I} + RI = V - K\dot{\theta},$$

donde

- $J = 3.228 \times 10^{-6} \text{ kgm}^2/\text{s}^2$ es el momento de inercia del rotor
- $b = 3.5077 \times 10^{-6} \text{ Nms}$ es el coeficiente de fricción mecánica
- $K = 0.0274 \text{ NM/A}$ constante de fuerza electromotriz
- $R = 4\Omega$ resistencia eléctrica
- $L = 2.75 \times 10^{-6} \text{ H}$ inductancia eléctrica
- I corriente de armadura
- V tensión de entrada
- θ posición angular del rotor

Eligiendo como variables de estado la velocidad angular del rotor y la corriente de armadura,

$$x_1 \triangleq \dot{\theta}$$

$$x_2 \triangleq I,$$

obtenemos el modelo en ecuaciones de estado

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b/J & K/J \\ -K/L & -R/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Hemos tomado la velocidad del rotor como salida del sistema y la tensión de entrada como entrada.

Modelo en Matlab

Vamos a introducir este modelo en MATLAB. Correr MATLAB, y desde el menú de la ventana de Comandos abrir un nuevo *archivo-m* (el ícono de la página en blanco); va a aparecer la ventana del *Editor* de MATLAB. Con el mouse podemos copiar los siguientes comandos MATLAB directamente de este PDF en el nuevo archivo. En el Acrobat Reader clicar primero el botón de *texto* en la barra de íconos (marcado como “abc” o “T” según la versión). El cursor debe cambiar de la manito a un segmento vertical. Ahora seleccionamos las siguientes líneas con el mouse

```
J=3.228e-6;
b=3.5077e-6;
K=0.0274;
R=4;
L=2.75e-6;

% Modelo en EE
A=[-b/J K/J
   -K/L -R/L];
B=[0 ; 1/L];
C=[1 0];
D=[0];
```

y marcamos “copiar” (o Ctrl-C). Ahora volvemos con el mouse al Editor de MATLAB y “pegamos” los comandos (Ctrl-V) en el nuevo archivo. Salvamos lo que tenemos en el Editor con algún nombre apropiado, por ejemplo *motordc*. Antes de poder correr el archivo en MATLAB hay que agregar en el path el camino hasta el lugar donde se salvó. Esto se hace buscando el directorio correspondiente en el ícono de “path editor”, en la ventana de Comandos de MATLAB. Haciendo “correr” el archivo en *Matlab* con *Run*, del menú *Tools* del Editor, definimos los parámetros del modelo. Podemos chequear que efectivamente están en el ambiente de cálculo de MATLAB tipeando el nombre de alguna variable, por ejemplo la matriz A. Definimos ahora el modelo del sistema como variable objeto G con el comando

```
G=ss(A,B,C,D);
```

Conversión de modelos y respuesta al escalón

Podemos obtener una realización con la matriz A del sistema en forma canónica *companion* con el comando

```
canon(G,'companion')
```

y una realización *modal* con el comando

```
canon(G,'modal')
```

de la cual vemos que el sistema tiene dos autovalores reales y distintos, con parte real negativa en $\lambda_1 = -59.226$ y $\lambda_2 = -1.4545 \times 10^6$.

Para obtener la función transferencia de este modelo hacemos *tf* (transfer function)

```
Gtf=tf(G)
```

o bien, si queremos ver explícitamente los ceros y polos, hacemos *zpk* (zero-pole-gain)

```
Gzp=zpk(G)
```

El comando

```
step(G)
```

nos da la respuesta a lazo abierto del motor a un escalón de tensión de entrada de 1V. El sistema tiene un tiempo de respuesta de aproximadamente 66 ms y alcanza una velocidad de 35.8 rad/s.