

1. Las velocidades angulares de un satélite con respecto a un sistema de referencia coincidente con sus ejes principales están gobernadas por las ecuaciones de Euler

$$I_1 \dot{\omega}_1(t) = (I_2 - I_3) \omega_2(t) \omega_3(t) + u_1(t),$$

$$I_2 \dot{\omega}_2(t) = (I_3 - I_1) \omega_1(t) \omega_3(t) + u_2(t),$$

$$I_3 \dot{\omega}_3(t) = (I_1 - I_2) \omega_1(t) \omega_2(t) + u_3(t).$$

Las variables $u_1(t)$, $u_2(t)$, y $u_3(t)$ son los torques aplicados por los jets estabilizadores, y las constantes positivas I_1 , I_2 , e I_3 son los momentos principales de inercia del satélite.

- 15% (a) Para $I_1 = I_2 = I$, un satélite simétrico, obtener un modelo en ecuaciones de estado linealizado alrededor de la solución nominal

$$\tilde{u}_1(t) = \tilde{u}_2(t) = \tilde{u}_3(t) = 0$$

$$\tilde{\omega}_1(t) = \text{sen} \left[\frac{\omega_0(I - I_3)t}{I} \right], \quad \tilde{\omega}_1(0) = 0,$$

$$\tilde{\omega}_2(t) = \cos \left[\frac{\omega_0(I - I_3)t}{I} \right], \quad \tilde{\omega}_2(0) = 1,$$

$$\tilde{\omega}_3(t) = \omega_0, \quad \tilde{\omega}_3(0) = \omega_0.$$

- 15% (b) Para $I_3 = I/2$ y $\omega_0 = 0$, determinar la estabilidad interna del modelo linealizado del punto (a).

- 15% (c) Con las mismas hipótesis del punto (b) determinar la estabilidad BIBO entre la entrada incremental $u_{1\delta}(t)$ y la salida $y_\delta(t) \triangleq e^{-t} \omega_{1\delta}(t)$.

- 30% 2. Obtener una realización en espacio de estados del sistema descrito por la matriz transferencia

$$\hat{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s+1)^2} & \frac{s+3}{(s+1)(s+2)} \\ \frac{1}{(s+1)^2(s+2)} & \frac{s-2}{s+2} \end{bmatrix}.$$

3. Dado el sistema

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [0 \quad 1] x(t) + 2u(t),$$

- 15% (a) obtener un modelo en ecuaciones de estado discretizado con un tiempo de muestreo $T > 0$ y asumiendo un bloqueador de orden cero a la entrada.

- 10% (b) Obtener la función transferencia discreta $\hat{G}(z)$.