Control de un sistema de «Bola y Riel» La Figura 1 muestra un sistema de «bola y riel», en el que una bola se coloca sobre un riel sobre el que puede rodar libremente. El ángulo de inclinación α del riel puede modificarse mediante la acción de un torque τ sobre el mismo; al cambiar la inclinación del riel, la acción de la gravedad hace mover la bola. Se pretende diseñar un controlador para regular la posición y de la bola actuando sobre el torque τ aplicado al riel.

Parámetros físicos del sistema:

M	masa de la bola	0,111 kg
R	radio de la bola	0,015 m
g	aceleración de la gravedad	9,8 m/s^2
J	momento de inercia de la bola	10^{-5} kgm^2

Especificaciones de diseño:

E.1 Tiempo de establecimiento al 2 % menor a 3s

E.2 Sobrevalor menor al 5 %.

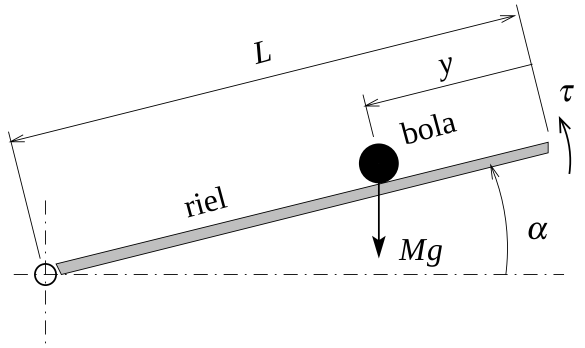

Figura 1: Sistema de bola y riel

Ecuaciones de estado del sistema linealizado:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Mg}{\left(\frac{J}{R^2}+M\right)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \qquad \text{donde} \qquad x = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \alpha \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}, \quad u = \tau.$$

Ejercicios:

$\boxed{20\,\%}$ 1. Analizar controlabilidad del sistema. Respecto a la observabilidad del sistema: ¿qué estados podrían eventualmente utilizarse para construir un observador midiendo sólo un estado? Justificar la respuesta.

2. Diseñar un controlador *discreto* por realimentación de estados y con acción integral,

$$u[k] = -K_p x[k] - K_i \sigma[k]$$
$$\sigma[k+1] = \sigma[k] + T(r[k] - y[k]), \qquad r\text{: entrada de referencia, } T\text{: tiempo de muestreo,}$$

para satisfacer E.1 y E.2 y obtener seguimiento robusto de referencias constantes en y.

$\boxed{10\,\%}$ (a) Asumir un bloqueador de orden cero a la entrada de la planta y obtener un modelo en ecuaciones de estado del sistema discretizado con tiempo de muestreo $T = 0{,}01$s. Verificar las condiciones de controlabilidad para aplicar control discreto con acción integral.

$\boxed{20\,\%}$ (b) Diseñar el controlador *discreto* con acción integral en base al modelo discretizado anterior.

$\boxed{25\,\%}$ 3. Diseñar un observador *discreto*, utilizando sólo la medición de la posición de la bola y. Para el diseño, utilizar el modelo de la planta discretizado en el punto anterior.

4. Cargar en SIMULINK el modelo `BRNL.mdl`, que contiene el modelo *no lineal* del sistema.

$\boxed{15\,\%}$ (a) Implementar sobre este modelo el controlador diseñado en el punto 2 realimentando los estados estimados por el observador diseñado en el punto 3.

$\boxed{10\,\%}$ (b) Determinar por simulación el máximo valor de referencia r admisible sobre el modelo no lineal manteniendo las especificaciones de diseño (comenzar con un valor de r pequeño, digamos $r = 0{,}1$m o menor).

Salvar (para entregar) la implementación SIMULINK en un archivo `S[legajo].mdl`. Adjuntar el archivo `.m` (digamos, `M[legajo].m`) para calcular los parámetros necesarios, o alternativamente salvar las variables del espacio de trabajo

```
>> save V[legajo].mat
```