20 % 1. Para la ecuación de estado no lineal

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) + u(t) \\ 2x_2(t) + u(t) \\ 3x_3(t) + x_1^2(t) - 4x_1(t)x_2(t) + 4x_2^2(t) \end{bmatrix}$$
$$y(t) = x_3(t)$$

determinar la solución nominal constante correspondiente a una entrada nominal constante cualquiera dada $u(t) = \tilde{u}$. Linealizar la ecuación de estado alrededor de esta solución nominal. Mostrar que si $x_\delta(0) = 0$, entonces $y_\delta(t)$ es cero independientemente de $u_\delta(t)$.

20 % 2. Encontrar una realización de la matriz transferencia

$$\hat{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-(12s+6)}{3s+34} & \frac{22s+23}{3s+34} \end{bmatrix}.$$

20 % 3. Para el sistema de una entrada y una salida

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), & x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}, \\ y(t) &= Cx(t), & y \in \mathbb{R}, \end{aligned}$$

mostrar que su función transferencia $\hat{G}(s)$ tiene m ceros (es decir que el numerador de $\hat{G}(s)$ tiene grado m) si y sólo si

$$CA^iB = 0 \quad \text{para } i = 0, 1, 2, \dots, n-m-2, \quad \text{y } CA^{n-m-1}B \neq 0.$$

O equivalentemente, la diferencia entre los grados del numerador y denominador de $\hat{G}(s)$ (*grado relativo* de $\hat{G}(s)$) es $\alpha = n - m$ si y sólo si

$$CA^iB = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, \alpha-2, \quad \text{y } CA^{\alpha-1}B \neq 0.$$

20 % 4. Encontrar la matriz de transición de estados del sistema

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -\operatorname{sen} t & 0 \\ 0 & -\cos t \end{bmatrix} x(t).$$

20 % 5. Dado el sistema

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -25 & -45 & -55 \\ -5 & -15 & -15 \\ 15 & 35 & 35 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 0{,}2 \\ -0{,}8 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

determinar si es Lyapunov estable, asintóticamente estable, y/o BIBO estable. Si no fuera BIBO estable, dar un ejemplo de una entrada acotada que produzca una salida no acotada.