1. Sea el sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 + x_2 - x_3\\ \dot{x}_2 &= -x_1 x_3 - x_2 + u\\ \dot{x}_3 &= -x_1 + u\\ y &= x_3.\end{aligned}$$

   (a) ¿Es el sistema linealizable entrada-salida?
   (b) Si sí, transformarlo a la forma normal y especificar la región sobre la cual la transformación es válida.
   (c) ¿Es el sistema de mínima fase?

2. Un generador sincrónico conectado a una línea infinita puede representarse por el modelo

$$\dot{x} = f(x) + gu$$

donde

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -a[(1+x_3)\,\mathrm{sen}(x_1+\delta) - \mathrm{sen}\,\delta] - bx_2 \\ -cx_3 + d[\cos(x_1+\delta) - \cos\delta] \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

donde a, b, c y d son constantes positivas. Considerar las siguientes dos posibles salidas,

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1(x) = x_1;\\ y_2 &= h_2(x) = x_1 + \gamma x_2, \quad \gamma \neq 0. \end{aligned}$$

En cada caso, estudiar el grado relativo del sistema y transformarlo a la forma normal. Especificar la región sobre la cual la transformación es válida. Si existe dinámica de ceros no trivial, determinar si el sistema es de mínima fase o no.

3. Considerar el sistema de péndulo invertido del Problema 2 de la serie **Problemas 10**. Suponiendo que la salida es $y = \theta$, ¿es el sistema linealizable entrada-salida? ¿Es de mínima fase?

4. Considerar el sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \tan x_1 + x_2\\ \dot{x}_2 &= x_1 + u\\ y &= x_2.\end{aligned}$$

¿Es el sistema linealizable entrada-salida? ¿Es de mínima fase?

5. Sea el sistema del péndulo

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= -a[\mathrm{sen}(x_1+\delta) - \mathrm{sen}\,\delta] - bx_2 + cu,\end{aligned}$$

donde $x_1 = \theta - \delta$, $x_2 = \dot{\theta}$ y $u = T - \frac{a}{c}\,\mathrm{sen}\,\delta$. Para los valores $a = 1 = c$, $b = 0$ y $\delta = \pi/4$, diseñar un control estabilizante vía linealización exacta por realimentación de estados, ubicando los autovalores del sistema a lazo cerrado en $-1 \pm j\sqrt{3/2}$. Comparar el desempeño obtenido con el del control vía linealización aproximada.

6. Mostrar que el sistema

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1), & a > 0,\\
\dot{x}_2 &= bx_1 - x_2 - x_1x_3 + u, & b > 0,\\
\dot{x}_3 &= x_1 + x_1x_2 - 2ax_3,
\end{aligned}$$

   es linealizable entrada-estado y diseñar un control por realimentación de estados para estabilizar globalmente el origen.

7. Considerar el sistema de suspensión magnética del Problema 1 de la serie **Problemas 10**.
   (a) Mostrar que el sistema es linealizable entrada-estado. **Ayuda:** Probar con $T_1(x) = T_1(x_1)$.
   (b) Usando linealización exacta por realimentación, diseñar un control por realimentación de estados para estabilizar la bola en una posición deseada $y_R > 0$.
   (c) Repetir los puntos (e) y (f) del Problema 1 de la serie **Problemas 10**. Comparar el desempeño obtenido con el del controlador diseñado en el punto (d) de ese ejercicio.
   (d) Usando linealización exacta por realimentación, diseñar un control integral por realimentación de estados para estabilizar la bola en una posición deseada $y_R > 0$.
   (e) Repetir el punto (c) anterior para el control diseñado en (d). Comparar el desempeño del control integral con el diseñado en el punto (b).